

APROXIMAREA ANALITICĂ A DEFORMAȚIILOR ELASTICE ALE BATIURILOR DE STRUNG

ANALYTICAL APPROXIMATION OF THE ELASTIC STRAINS OF THE LATHE FRAMES

Constantin COSOVAN, Gabriela PROȘTEAN

“Politehnica” University of Timișoara, Romania

Rezumat. În lucrare se propune o modalitate de deducere analitică a deformațiilor elastice, ce pot să apară pe timpul procesului de aşchiere, la strungurile normale, mai ales pentru regimuri intense de prelucrare. Cunoaşterea acestor deformații pentru diferite forțe de aşchiere este deosebit de utilă mai ales în cazul instalării și utilizării comenzii adaptive.

Pentru evidențierea deformației elastice în această lucrare s-a utilizat metoda elementului finit. Deducerea ulterioară și a unei legi analitice pentru această deformație este posibilă dacă se utilizează metoda de regresie polinomială. Legea analitică astfel obținută, ca funcție de lungime, poate fi utilizată ca mărime de referință pentru comanda adaptivă.

Cuvinte cheie: adaptiv, batiu, element finit, element portant, rigiditate

1. Introducere

O preocupare aproape permanentă în vederea creșterii preciziei de prelucrare a mașinilor-unelte o constituie și studiul posibilităților deformații elastice ale elementelor portante, elemente pe care se montează, fix sau cu posibilitate de deplasare, ansamblurile și componentele ce constituie respectiva mașină-unealtă. De la primele investigații privind rigiditatea elementelor de structură, metodele și modelele de calcul utilizate în cercetarea structurilor au evoluat continuu [1]. S-au dezvoltat mai multe tehnici și metode dedicate acestui scop, problematica în sine fiind complexă. Tehnica actuală de calcul permite analiza elementelor de structură încă din stadiul de proiectare, datorită programelor interfațate cu algoritmi de analiză numerică ce permit analiza comportării statice și dinamice a acestora. Totuși, pentru a studia deformațiile elastice ale elementelor cu suprafețe neregulate (cum sunt cele realizate de obicei prin turnare) trebuie să trecem de la structura reală la un model simplificat pentru calcul. Printre metodele cel mai des folosite pentru studierea deformațiilor elementelor portante în domeniul elastic, metoda elementelor finite are cea mai largă răspândire [NASTRAN, SAP, COSMOS ș.a.].

Abstract. This paper proposes a way of analytical deduction of the elastic strains that can occur during the splintering process at normal lathes, mostly for intense processing duties. The knowledge of these strains for various splintering forces is particularly useful mainly in case of the adaptive control setting up and usage.

The elastic strain has been highlighted in this paper by using the method of the finite element. The subsequent deduction of an analytical law for this strain, as well, is possible by using the polynomial regression method. The analytical law thus obtained, as function of the length, can be used as reference quantity for the adaptive control.

Key words: adaptive, frame, finite element, carrying element, rigidity

1. Introduction

An almost permanent concern with a view to increase the processing accuracy of the machine tools is also connected with the study of the possible elastic strains of the carrying elements, elements on which there are mounted, either firmly, or with displacement possibilities, the assemblies and components that make up the respective machine-tool. Since the first investigations concerning the rigidity of the structure elements, the computation methods and models employed in the structures research have continuously developed [1]. There have been developed several techniques and methods dedicated to this aim, the problems proper being rather complex. The present day computation technique enables the analysis of the structure elements ever since the design stage, due to the software interfaced with digital analysis algorithms which allow the analysis of their static and dynamical behavior. However, in order to study the elastic strains of the elements with irregular surfaces (as those usually obtained by casting), we have to pass from the real structure to a simplified model for computation reasons. Among the most often used models for the study of the strains of the carrying elements within the elastic field, the method of the finite elements is the most widely used one [NASTRAN, SAP, COSMOS, a.o.].

2. Deformațiile elastice posibile ale elementelor portante ale mașinilor-unelte

2.1. Aspecte generale asupra deformațiilor elastice ale elementelor portante ale mașinilor-unelte

Precizia unui produs este cerută de rolul funcțional al acestuia, rol care impune și limitele admisibile de toleranță în care calitatea produsului trebuie să se încadreze. În general, precizia se definește ca fiind:

- proprietatea unui produs de a avea mărimile caracteristice cuprinse într-un interval cât mai mic în jurul valorii dorite (cerute, proiectate);
- eroarea maximă admisibilă, în plus sau în minus, la efectuarea unei măsurători sau la realizarea unui produs.

Conform acestor două definiții, evaluarea calității unui produs (piese) nu se realizează și în exploatare, ci numai la realizarea și la măsurarea sa. Precizia de fabricare a unei piese cu ajutorul mașinilor-unelte relevă gradul de corespondență a condițiilor tehnice reale de generare a suprafețelor piesei prelucrate, cu valorile teoretice ale aceluiași condiții (dimensionale, de formă, de calitate a suprafeței, de poziție relativă a suprafețelor componente) prescrise în desenul de execuție. Într-un cadru general, precizia de prelucrare (P_p) este o funcție compusă, de variabile independente p_k denumite abateri, care la rândul lor depind de erorile de prelucrare x_1, x_2, \dots, x_n , adică:

$$P_p = P(p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_n), \quad (1)$$

unde

$$p_k = p(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2)$$

Cele mai reprezentative erori (sistematice) care influențează precizia de prelucrare se pot estima sub forma unei sume de erori parțiale, definindu-se astfel bilanțul erorilor totale a piesei prelucrate ca fiind (E_p):

$$E_p = E_{sc} + E_{sf} + E_a + E_{MU} + E_{th} + E_{pc} + E_M + E_{Md}, \quad (3)$$

unde:

- E_{sc} - erorile sculei așchietoare;
- E_{sf} - erorile semifabricatului;
- E_a - erorile poziției relative sculă - semifabricat;
- E_{MU} - erorile mașinii-unelte;
- E_{th} - erorile tehnologice;
- E_{pc} - erorile de programare și comandă;
- E_M - erorile de măsurare;
- E_{Md} - erorile datorită mediului ambiant (vibrații, temperatură).

Ponderea fiecărei erori în precizia de prelucrare nu poate fi determinată cu exactitate, acestea fiind

2. The possible elastic strains of the carrying elements of the machine-tools

2.1. General aspects concerning the elastic strains of the carrying elements of the machine-tools

The accuracy of a product is necessary on account of its functional role, a role which also requires the admissible tolerance limits within which the quality of that product ranges. Generally, accuracy is defined as follows:

- the property of a product of having the characteristic sizes ranging within the smallest interval around the wanted (required, designed) value;
- the maximum admissible error, with plus or minus values, at the carrying out of a measurement or when obtaining a product.

According to these two definitions, the assessment of the quality of a product (e.g. parts) is not obtained during the product operation, as well, but only at its manufacture and measuring. The manufacturing accuracy of a part obtained by means of the machine-tools shows the degree of correspondence of the real technical conditions for the generation of the processed part surfaces with the theoretical values of the same conditions (dimensions, form, surface quality, the components surfaces relative position) prescribed by the execution drawing. Within a general frame, the processing accuracy (P_p) is a function made up of independent variables p_k called deviations, which in their turn depend on the processing errors x_1, x_2, \dots, x_n , i.e.:

where:

The most representative (systematic) errors that influence the manufacturing accuracy can be estimated under the form of a sum of partial errors, thus there being defined the balance of the total errors of the processed part, as (E_p):

where: E_{sc} - the errors of the splintering tool;

E_{sf} - the errors of the semi-finished part;

E_a - the errors of the tool - semi-finished part relative position;

E_{MU} - the errors of the machine-tool;

E_{th} - the technological errors;

E_{pc} - the programming and control errors;

E_M - the measuring errors;

E_{Md} - the errors due to the environment (vibrations, temperature).

The weight of each error, as far as the processing accuracy is concerned, cannot be

provocate cu precădere de mecanismele mașinii-unelte și apoi de către condițiile specifice proceselor de generare a suprafețelor, figura 1. Dintre toate componentele erorii piesei prelucrate, erorile geometrice și cinematice ale mașinii-unelte nu pot fi atenuate oricât și oricând (de obicei numai la recondiționare), în timp ce celelalte erori pot fi reduse parțial sau chiar total [2].

precisely determined, these errors being mainly due to the mechanisms of the machine-tool, and then by the specific conditions of the processes for the surfaces generation, figure 1. As concerns all the components of the errors of the processed part, the geometrical and kinematic errors of the machine-tool cannot be suppressed as much as one likes and at any time (usually at restoring), while the other errors can be either partially or totally reduced [2].

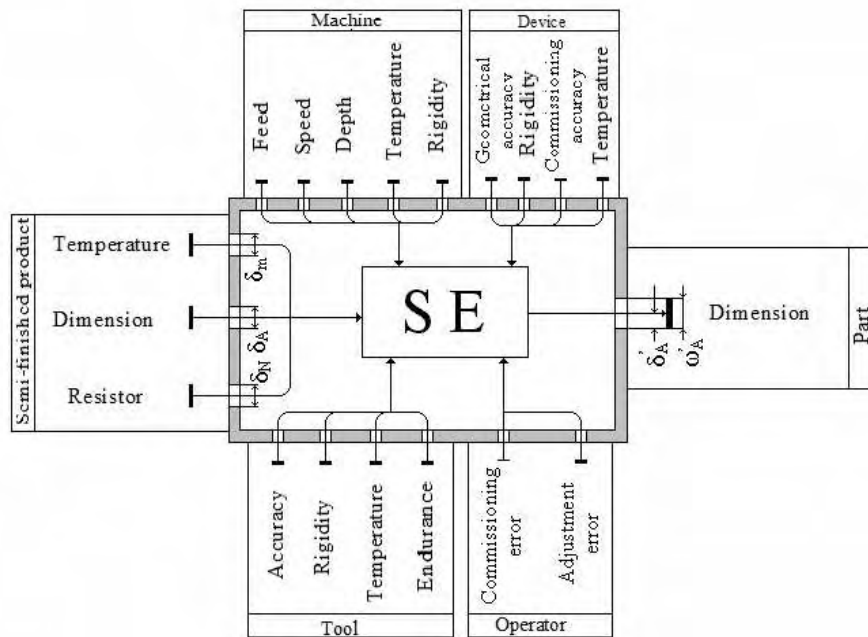


Figura 1. Factorii ce influențează precizia de prelucrare
Figure 1. The factors which influence the processing accuracy

2.2. Componentele preciziei tehnologice ale mașinii-unelte

În precizia de prelucrare a pieselor, mașina-unealtă se regăsește cel mai adesea prin precizia tehnologică. Pentru aprecierea acesteia este necesar să se cunoască comportarea mașinii-unelte din punct de vedere geometric, cinematic, static, dinamic și termic. Sistemul tehnologic (ST) al mașinilor-unelte are o structură elastică (SE) sub acțiunea forțelor generate de procesele de lucru. Deformația elastică a ST provoacă abateri de la poziția reciprocă a piesei și sculei având ca efect posibilitatea apariției unor erori de prelucrare. Acest fapt a condus la definirea elementului de calcul numit *rigiditate a sistemului tehnologic* (R_{ST}) și definită ca fiind capacitatea sistemului tehnologic de a se opune deformațiilor elastice sub acțiunea forțelor din procesul de lucru.

2.2. The components of the technological accuracy of the machine-tool

As concerns the parts processing accuracy, the machine-tool counts, most of the times, through the technological accuracy. In order to estimate it, there is required to know the behaviour of the machine-tool from the geometrical, kinematic, static, dynamical and thermal points of view. The technological system (TS) of the machine-tools has an elastic structure (ES) under the action of the forces generated by the operating processes. The elastic strain of the TS causes deviations from the reciprocal position of the part and the tool, the effect being the occurrence of some processing errors. This fact has led to the defining of the computation element called the *rigidity of the technological system*, (R_{TS}) and defined as the capacity of the technological system to withstand the elastic strains under the action of the

Pentru studiile întreprinse în acest scop se consideră că sistemul dinamic al mașinii-unelte este un sistem închis, format din sistemul elastic mașină-unealtă – dispozitiv – piesă – sculă (MUSDP) și procesele de lucru în interacțiunea lor. Rigiditatea totală a sistemului MUSDP se compune din rigiditățile mașinii-unelte, dispozitivelor de prindere, a sculei și a piesei de prelucrat, adică a tuturor elementelor MUSDP. Aceasta este variabilă atât pe perioada vieții mașinilor-unelte, cât și pe timpul prelucrării chiar al unei singure piese. Compunerea elementelor de structură portante în funcție de mobilitatea acestora poate influența rigiditatea statică a MUSDP și implicit precizia de prelucrare [3].

În evaluarea poziției deformate a unei structuri se are în vedere aspectul static, geometric și fizic. Structura unei mașini-unelte fiind realizată din materiale cu comportare elastică, mașina se constituie într-un sistem conservativ, la care deformațiile sunt elastice.

2.3. Elemente portante de tip batiu – modele și metode de calcul

În bilanțul general al elementelor care contribuie la obținerea unei precizii mari, la prelucrarea pe orice mașină-unealtă o pondere însemnată o are structura portantă a mașinii (batiul) deoarece influențează în mod direct precizia prelucrării. Stabilirea deformației, care se obține în timp real cu intenția de a putea fi contracarată și chiar anticipată, constituie un alt pas important către ceea ce în continuare vor fi și se vor numi structuri active, dintre care unele deja funcționează pe mașinile-unelte moderne cu comenzi adaptive. Ca urmare, condiția principală pe care trebuie să o asigure batiul în timpul de viață al mașinii este aceea de a menține cât mai exact poziția reciprocă a ansamblurilor și a pieselor (adică invariabilitatea pozițiilor relative ale suprafețelor de bază), oricare ar fi regimul de lucru permis pe aceasta.

În general, batiul este supus unor eforturi combinate și deformările pot avea un caracter complex – încovoiere, torsiune, alungire. Tensiunile și deformațiile care se produc în batiul mașinii-unelte în funcțiune se pot evidenția cu un anumit grad de aproximare pentru fiecare caz în parte dacă se cunoaște sistemul de forțe care acționează asupra mașinii în timpul procesului de așchiere. Forma constructivă dictată de aceste necesități funcționale conduce la o structură de rezistență în general complexă, alcătuită din plăci de grosime variabilă,

forces that exist during the operating process.

For the studies carried out for this purpose, it has been considered that the dynamical system of the machine-tool is a closed system made up from the elastic system machine-tool – device – part – tool (MTDPT) and the operating processes in their interaction. The total rigidity of the MTDPT system is made up of the rigidities of the machine-tool, of the fixing devices, of the tool, and of the part that is being processed, i.e. of all the MTDPT elements. This rigidity is variable, both during the machine-tools operating life, and during the operation, even of one part. The composition of the structure carrying elements, as function of their mobility, can influence the static rigidity of MTDPT, and implicitly the processing accuracy [3].

When assessing the strained position of a structure, there is taken into account the static, the geometrical and the physical aspects. The structure of a machine-tool being made up of materials with elastic behavior, the machine consists in a conservative system where the strains are elastic.

2.3. Carrying elements of frame type – computation models and methods

As concerns the general balance of the elements that contribute to the obtaining of a high accuracy at the processing on any machine-tool, a significant weight is that of the machine (frame) carrying structure, because it directly influences the processing accuracy. The establishing of the strain, which is obtained in real time with a view to counteract it, and even to anticipate it, is another important step towards what will be and what will be called below active structures, some of which already function on modern machine-tools with adaptive controls. Consequently, the main condition that has to be fulfilled by the frame during the machine operating life is that of the most possible reciprocal position maintaining of the assemblies and of the parts (i.e. the invariability of the relative positions of the basic surfaces), whatever the operating regime allowed by it.

Generally, the frame undergoes combined efforts and the strains may have a complex character – bending, torsion, elongation. The tensions and the strains that are produced in the frame of the operating machine-tool can be highlighted with a certain degree of approximation for each case separately if there is known the system of forces that act over the machine during the splintering process. The constructive form required by these operating necessities leads to a generally complex resistance structure made up of plates of variable thickness arranged in

dispuse în plane diferite, cu goluri, cu nervuri de rigidizare, cu îmbinări, realizate prin sudură sau turnare sub o formă continuă și al căror calcul analitic exact este imposibil de realizat.

Batiul suportă reacțiunile datorită forțelor de așchiere, greutatea subansamblelor, forțelor de strângere etc., motiv pentru care se impune ca acest element portant să transmită în zona de așchiere deformații minime. De aceea forma batiurilor este determinată de poziția în spațiu și de lungimea axelor de deplasare a săniilor, meselor, traverselor, dar și de necesitatea de a asigura o rigiditate cât mai mare. De asemenea, trebuie să existe posibilitatea amplasării unor mecanisme de comandă și acționare, având accesibilitate la montaj, întreținere și curățare. Conceptul de element de structură (batiu, traversă, sanie, masa mașinii, carcasă etc.) folosit în domeniul mașinilor-unelte coincide cu cel de structură utilizat în majoritatea calculelor de rezistență. Noțiunea de structură implică acceptarea ipotezei secțiunii plane (Bernoulli) pentru bare și a ipotezei normalei rectilinii (Kirchhoff) pentru plăci și învelișuri, aceasta făcând posibilă înlocuirea forțelor exterioare reale prin valori concentrate echivalente. Metodele numerice sunt des întâlnite în calculul structurilor, beneficiind și de aportul multitudinii aplicațiilor în continuă dezvoltare și diversificare a programelor de aplicații [3, 4, 5].

3. Metoda elementelor finite

Este una din cele mai utilizate metode de rezolvare a unor probleme ingineresti complexe în mecanica solidelor deformabile (domeniul liniar sau neliniar), în mecanica fluidelor, în câmpurile termice, magnetice, electrice, tehnica biomedicală etc. Metoda consideră structura ca un tot unitar ce se analizează prin intermediul unor părți mici, discrete, numite elemente finite. Prin discretizare va rezulta un model intuitiv, cu un număr finit de necunoscute, deoarece se scriu necunoscutele numai în noduri. Pe de altă parte câmpul necunoscutelor se precizează cu ajutorul unor funcții de aproximare (interpolare) care au un rol fundamental în cadrul metodei. Astfel comportarea unei structuri este descrisă de un sistem de ecuații scris matriceal [4].

3.1. Modelarea batiului – elemente tip placă și tip bară 3D

În vederea analizei rigidității unui strung normal, aflat încă în fabricație (SN403-ARIS-Arad), s-a optat pentru programul SAP-2000, care prezintă posibilități suficiente de analiză prin intermediul

diferent planes, with gaps, with reinforcing ribs, with joints obtained by welding or casting under a continuous form, and whose precise analytical computation is impossible to be carried out.

The frame withstands the reactions due to the splintering forces, the weight of the subassemblies, the clamping forces etc., the reason why this carrying element is required to transmit minimum strains in the splintering zone. That is why the form of the frames is determined by the position in space and by the length of the slides, tables, rails displacement axes, but also by the need to ensure an as high rigidity. There shall also be the possibility to place some control and action mechanisms that allow the access to mounting, maintenance and cleaning. The concept of the structure element (frame, cross rail, slide, machine table, case etc.) used in the field of the machine-tools coincides with that of the structure used in most of resistance computations. The notion of structure implies the acceptance of the hypothesis of the plane cross section (Bernoulli) for beams, and of the hypothesis of the rectilinear normal line (Kirchhoff) for shells and casings, this enabling the replacement of the real external forces with equivalent concentrated values. The digital methods are often met with in the structures computation, they also benefiting by the contribution of a multitude of applications that are continuously developing and diversifying their application software [3, 4, 5].

3. The method of finite elements

It is one of the most often used methods for solving certain complex engineering problems in the mechanics of strainable solids (the linear or non-linear field), in the fluids mechanics, in the thermal, magnetic, electric fields, in the biomedical technique etc. This method considers the structure as a whole unit that is analysed by means of small, discrete parts called finite elements. By discretizing, there will result an intuitive model with a finite number of unknown quantities, because the unknown quantities are written only in nodes. On the other hand, the field of the unknown quantities is specified by means of certain approximation (switching in) functions which have a fundamental role within the method. Thus, the behaviour of a structure is described by a system of equations written as a matrix [4].

3.1. The frame modelling – elements of shell type and of beam type - 3D

With a view to analyse the rigidity of the normal lathe that is still in its manufacturing stage (SN403 ARIS-Arad), there has been chosen SAP-2000 software which has sufficient possibilities of analysis

elementelor de tip bară și placă.

Din structura reală a strungului s-a extras partea de batiu externă până în vecinătatea zonelor care reprezintă – prin alcătuirea lor – o rigiditate foarte mare, figura 2.

by means of beam type and shell type elements.

Out of the real structure of a lathe, there has been taken the external part of the frame up to the proximity of the zones which represent – through their making – a very high rigidity, figure 2.

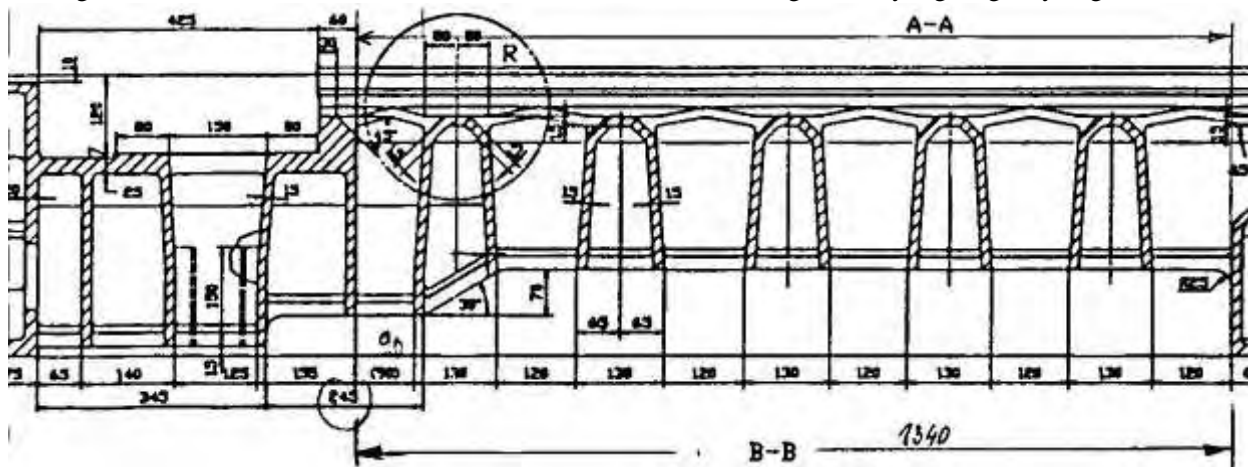


Figura 2. Secțiune longitudinală printr-un batiu orizontal

Figure 2. Cross section through a horizontal frame

Secțiunea reală a batiului fiind suficient de complexă (este realizată prin turnare), așa cum este arătată în figura 3, s-a realizat o ușoară simplificare, figura 4, până la limita posibilă de a fi evaluată de către programul utilizat. Acest fapt a permis ulterior ca extremitățile modelului de calcul să fie considerate ca fiind încastrate, adică nodurile în secțiunile de capăt sunt blocate la deplasări și rotații.

The real cross section of a frame being rather complex (it is obtained by casting), as presented in figure 3, there has been made a slight simplification, figure 4, up to the limit that can be assessed by the software employed. This fact has subsequently allowed that the extremities of the computation model be considered as embedded, i.e. the points of junction in the end cross sections are blocked at displacements and rotations.

Fetele laterale ale batiului au grosimi constante de aproximativ 10 mm și prezintă goluri cu o anumită regularitate. Fața laterală din spate este verticală, iar cea văzută direct din față este înclinată. Cele două fețe laterale ale batiului sunt legate prin diafragme înclinate, cuplate la partea superioară tot cu o diafragmă prevăzută cu goluri. Fața superioară, respectiv diafragmele înclinate, au în medie grosimi de 10 mm, dar grosimile lor se măresc în dreptul muchiilor de racordare astfel încât la margini, pentru modelare s-au prevăzut elemente finite cu grosimi mai mari.

The frame side faces have constant thicknesses of about 10 mm and have gaps with certain regularity. The back side face is vertical, and that which is seen directly from the front is sloped. The two side faces of the frame are connected through sloped diaphragms coupled at their upper part also with a diaphragm with gaps. The upper face, the sloped diaphragms, respectively, have average thicknesses of 10 mm, but their thicknesses grow at the joining edges, so that at the rims there have been provided finite elements with bigger thicknesses for modelling purposes.

Pentru a modela cât mai fidel posibil ghidajele (sania), acestea au fost considerate ca având secțiunile echivalente cu câte o suprafață dreptunghiulară ale căror momente de inerție sunt egale (echivalente) cu momentele de inerție ale celor două corpuri de șine. Centrele de greutate ale acestor dreptunghiuri vor preciza poziția axelor elementului finit de tip bară. Nodurile în lungul acestor elemente vor fi constrânse să aibă aceleași deplasări și rotații ca și nodurile vecine aparținătoare batiului de care sunt fixate, la acest tip de strung prin sudură, iar în

In order to carry out the modelling as accurate as possible, these rails (slide) have been considered to have their cross sections equivalent to a rectangular surface whose moments of inertia are equal (equivalent) to the moments of inertia of the two rail bodies. The weight centres of these rectangles will specify the position of the axes of the beam type finite element. The nodes along these elements will be forced to have the same displacements and rotations as the neighbouring nodes belonging to the frame on which they are fixed, at this type of lathe,

bară și 1618 elemente de tip placă, care la rândul lor au generat 9744 ecuații rezolvabile prin programul SAP, atingându-se capacitatea maximă (10000) a acestei variante de program.

frame, 66 beam type elements and 1618 shell type elements, which in their turn have generated 9744 equations to be solved by means of the software, the maximum capacity of this software option.

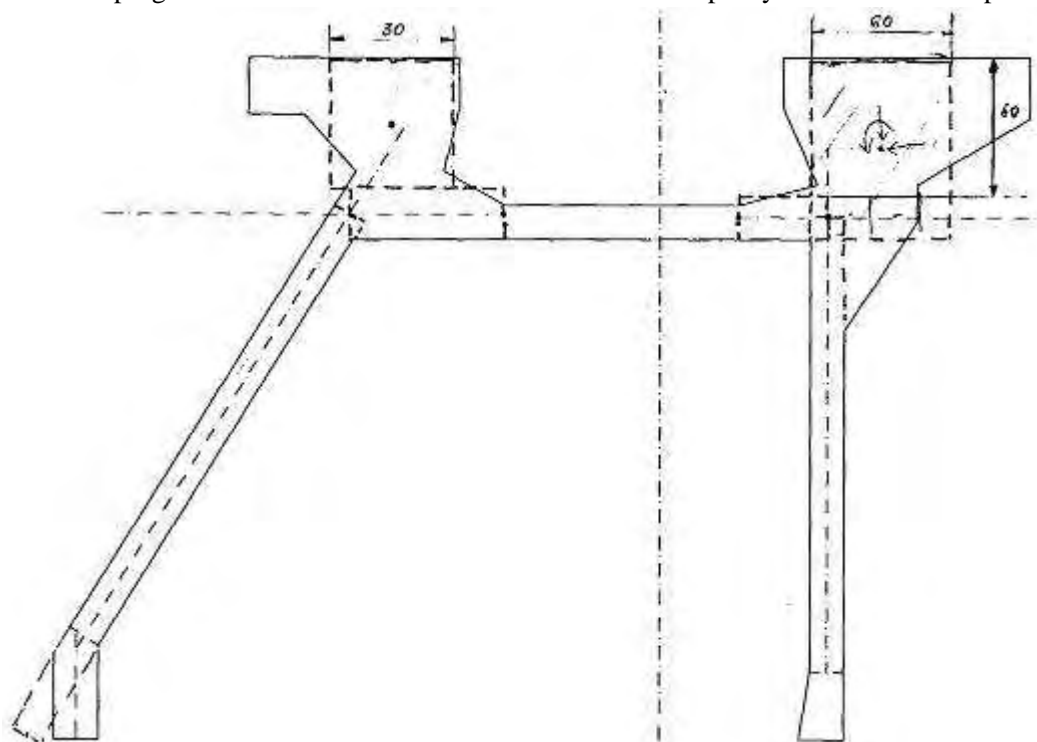


Figura 4. Secțiunea transversală a batiului, simplificată pentru modelare
Figure 4. The frame cross section simplified for modelling purposes

Studiul s-a făcut în scopul determinării modului de variație al deformației elastice pe care o poate induce forța de așchiere prin intermediul semifabricatului pe batiu, pe timpul procesului de prelucrare, cunoscut fiind că rigiditatea ansamblului variază pe această lungime. O anumită săgeată este introdusă și în semifabricat $y(f_y)$, de aceeași forță de așchiere, începând de la o anumită valoare a acesteia. Aceste deformații (săgeți), corelate cu parametrii procesului de așchiere, este necesar a fi cunoscute pe toată lungimea semifabricatului de prelucrat. Pentru a urmări mărimea acestor deformații cumulate asupra dimensiunilor piesei, pe toată lungimea de prelucrare, s-a aplicat aceeași forță de așchiere, în 10 secțiuni diferite asupra piesei. Apoi s-au evaluat efectele acesteia asupra batiului, cu ajutorul elementului finit, pentru fiecare poziție a secțiunii orizontale ale semifabricatului. Deși s-a lucrat în ipotezele enunțate anterior, s-a procedat și invers; adică s-a impus o aceeași deformație, constantă pe toată lungimea semifabricatului, calculându-se mărimea forței care ar produce acest efect. Rezultatele obținute se dau în tabelul 1, alături de mărimea forței evaluată pe cale analitică.

This study has been carried out with a view to determine the way of the arrow variation (deviation) that can be induced by the splintering force by means of the semi-finished product on the frame during the processing operation, there being known the fact that the rigidity of the assembly varies on this length. A certain arrow is also introduced into the semi-finished product $y(f_y)$, it being of the same splintering force, starting from a certain value. These deviations (arrows), correlated with the parameters of the splintering process, have to be known on the whole length of the semi-finished product to be processed. In order to follow up the size of these deviations cumulated over the part dimensions on the whole processing length, there has been applied the same splintering force in 10 different sections on the part. Then, there have been assessed its effects over the frame by means of the finite element for each position of the horizontal cross section of the semi-finished product. Although the work was carried out according to the above mentioned hypotheses, the reverse procedure has also been employed, i.e. there has been imposed the same constant deviation on the whole length of the semi-finished product, and thus the size of the force

that would produce this effect has been calculated. The results that have been obtained are given in table 1, besides the size of the force assessed on the analytical way.

Tabelul 1. Rezultate calcule
Table 1. Calculations results

X [cm]	F		X [cm]	F	
	MEF	ANALITIC		MEF	ANALITIC
0	212.012	202.386	41.253	122.203	113.934
8.44	158.845	172.203	50.003	132.403	125.178
16.252	143.447	147.902	58.440	146.924	151.047
25.003	127.037	127.007	66.253	169.031	190.065
33.440	120.661	115.365	75.003	265.656	253.130

Evaluarea analitică s-a efectuat pentru aceleași 10 secțiuni transversale, distanțate la circa 80 mm, situate între două noduri (de element finit) ale modelului căii de ghidare (saniei), pe care succesiv s-a aplicat forța și s-a evaluat deformația orizontală, așa cum este arătat în același tabel. Pentru fiecare caz în parte, exemplificat numai în figurile 5, 6 7 și 8, s-a arătat și poziționarea forței corespunzătoare aplicată locului respectiv.

Acest tip de variație a forței se pretează unei exprimări analitice prin metoda regresiei polinomiale. Pentru punctele (X, F) s-a obținut ecuația de gradul 3 având coeficienții rezultați în urma prelucrării acestor date printr-un program adecvat.

The analytical assessment has been carried out for the same 10 cross sections with distances between them of about 80 mm, situated between two nodes (of finite element) of the rail (slide) model on which the force has been successively applied, and there has been assessed the horizontal deviation, as presented in the same table. For each case separately, exemplified only in figures 5, 6, 7, and 8, there has also been shown the position of the corresponding force applied to the respective place.

This type of force variation is suited to an analytical expression through the polynomial regression method. For (X, F) points there have been obtained the cubic equation whose coefficients have resulted following the processing of these data through an adequate program.

$$F = 202.3864 - 3.7357 \cdot x + 0.0138319 \cdot x^2 + 0.0005999202 \cdot x^3 \quad (4)$$

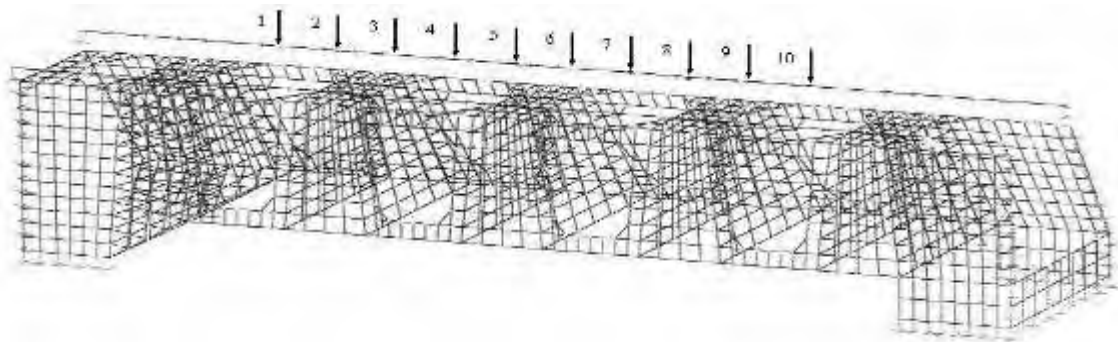


Figura 5. Evidențierea modului de aplicare a forței pe batui
Figure 5. The highlighting of the way of the force applying on the frame

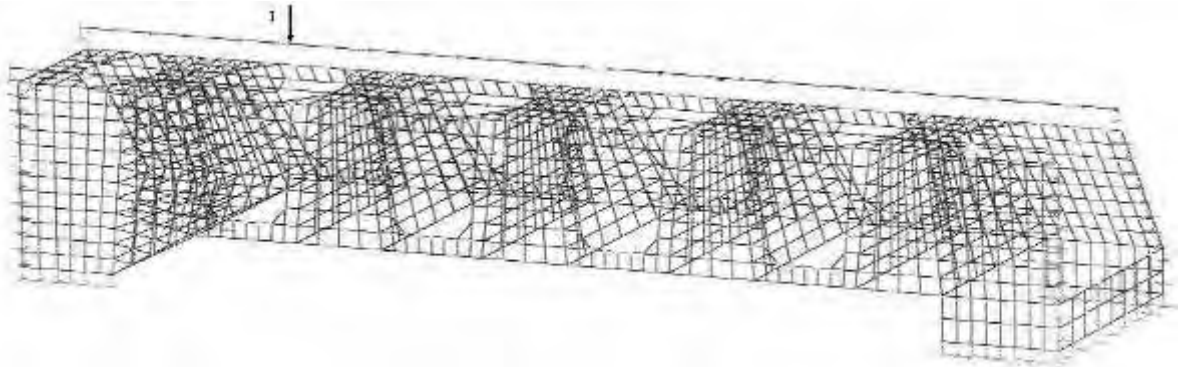


Figura 6. Forța aplicată pe batiu pe primul punct
Figure 6. The force applied on the frame on the first point

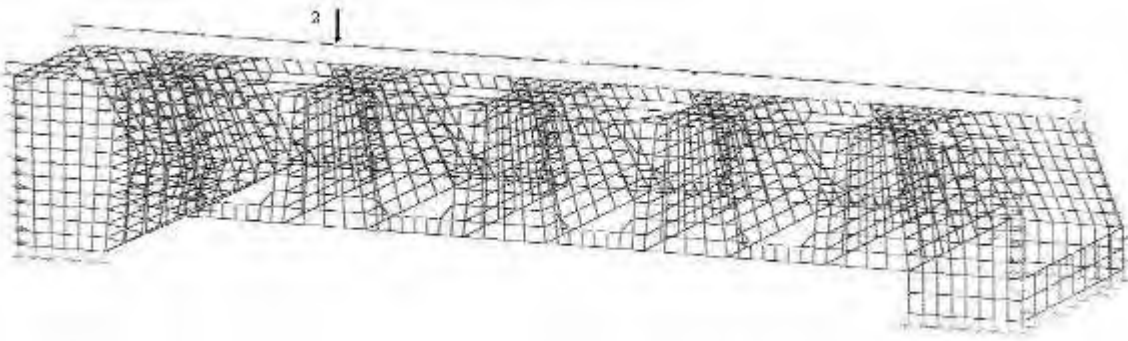


Figura 7. Forța aplicată pe batiu în al doilea punct
Figure 7. The force applied on the frame on the second point

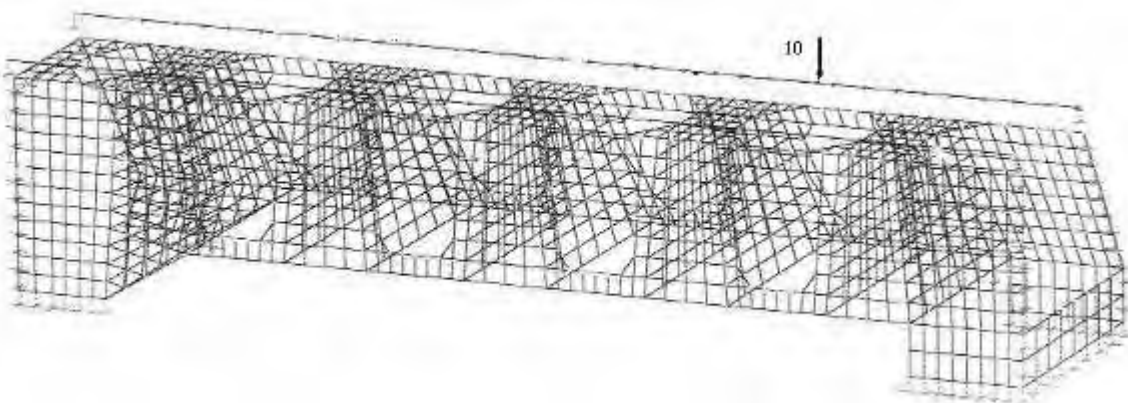


Figura 8. Forța aplicată pe batiu în al 10-lea punct
Figure 8. The force applied on the frame on the 10th point

Pentru cazul în care s-a impus, la cotele indicate în tabelul 1, menținerea aceleiași mărimi a deformației f_y , se obțin valorile forței pentru care aceasta a fost analitic evaluată. Datele rezultate sunt trecute în tabelul 2.

For the case when the requirements are at the dimensions indicated in table 1, of maintaining the same quantity of f_y deviation, the values of the force for which it has been analytically assessed can be obtained. The data obtained in this case are given in table 2.

Tabelul 2. Valorile forței (pentru $f_y = 0,001$ mm)
Table 2. The values of the force (for $f_y = 0.001$ mm)

X [mm]	0	8.4	16.2	25	33.4	41.2	50	58	66.2	25
F [N]	2120	1590	1440	1270	1210	1220	1320	1470	1690	2650

Experimentele au arătat însă că practic forța

But, experiments have shown that, practically,

prezintă variații neuniforme asemănătoare unor zgomote, dar în limite acceptabile, motiv pentru care în calcule se pot utiliza valori mediate.

the force has non-uniform variations similar to some noises but within acceptable limits, a reason why mediated values can be used in computations.

3.2. Regresia polinomială

Dacă se consideră un polinom de gradul n :

$$y_i = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0, \quad (5)$$

atunci pentru $x = x_i$, valoarea expresiei din dreapta devine:

$$\bar{y}_i = a_n \cdot x_i^n + a_{n-1} \cdot x_i^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x_i + a_0. \quad (6)$$

Se minimizează suma pătratelor abaterilor valorilor lui y , utilizând relația:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (7)$$

care devine:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - a_n \cdot x_i^n - a_{n-1} \cdot x_i^{n-1} - \dots - a_1 \cdot x_i - a_0)^2. \quad (8)$$

Derivând suma în raport cu coeficienții $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ și efectuând fiecare derivată parțială egală cu zero, se obține un sistem de „ $n+1$ ” ecuații liniare cu „ $n+1$ ” necunoscute, acestea fiind $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ (se obțin ecuațiile normale ale regresiei polinomiale de gradul n). Prin rezolvare (procedura de eliminare gaussiană) se obțin coeficienții polinomului căutat.

3.2. The polynomial regression

If a polynomial of n degree is taken into account:

then, for $x = x_i$, the value of the expression on the right becomes:

The sum of the squares of y values deviations will be minimized by using the relation given by:

which becomes:

If the sum is derived by taking into account $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ coefficients, and each partial derivative equal to zero is effectuated, there is obtained a system of „ $n+1$ ” linear equations with „ $n+1$ ” unknown quantities, they being $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ (there are obtained the normal equations of the polynomial regression of n degree). Through solving (the procedure of Gaussian elimination), there are obtained the coefficients of the required polynomial.

For a third degree polynomial of the form:

$$y = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0, \quad (9)$$

sistemul care se obține utilizând procedeul de mai sus este:

the system that can be obtained by using the procedure mentioned above is as follows:

$$\begin{cases} m \cdot a_0 + (\sum x_i) \cdot a_1 + (\sum x_i^2) \cdot a_2 + (\sum x_i^3) \cdot a_3 = \sum y_i \\ (\sum x_i) \cdot a_0 + (\sum x_i^2) \cdot a_1 + (\sum x_i^3) \cdot a_2 + (\sum x_i^4) \cdot a_3 = \sum x_i \cdot y_i \\ (\sum x_i^2) \cdot a_0 + (\sum x_i^3) \cdot a_1 + (\sum x_i^4) \cdot a_2 + (\sum x_i^5) \cdot a_3 = \sum x_i^2 \cdot y_i \\ (\sum x_i^3) \cdot a_0 + (\sum x_i^4) \cdot a_1 + (\sum x_i^5) \cdot a_2 + (\sum x_i^6) \cdot a_3 = \sum x_i^3 \cdot y_i \end{cases} \quad (10)$$

unde m este numărul de puncte (în cazul nostru 4).

where m is the number of points (in our case it is 4).

4. Concluzii

Deformațiile elementelor portante se stabilesc la acțiunea forței de așchiere, greutateii proprii, a greutateii semifabricatului, a forțelor de strângere și uneori a forțelor de antrenare, determinând în acest fel rigiditățile la încovoiere, răsucire și forfecare și se apreciază prin prisma influenței lor asupra preciziei de prelucrare. Aceasta se caracterizează prin deplasarea relativă dintre tăișul sculei și semifabricat produsă pe normala la suprafața de așchiere.

4. Conclusions

The strains of the carrying elements are established following the action of the splintering force, of the own weight, of the weight of the semi-finished product, of the clamping forces, and sometimes of the driving forces, thus there being determined the bending, twisting, shearing rigidities, and they are appreciated through their influence over the processing accuracy. This is characterized through the relative displacement between the tool edge and the semi-finished product

Rigiditatea mașinilor-unelte nu poate fi caracterizată cu o singură valoare, deoarece prelucrarea poate fi efectuată în diferite puncte ale spațiului de lucru al mașinii-unelte și cu diferite direcții de acțiune a forței de așchiere, pentru aceasta fiind nevoie de un vector multidimensional. Metodele analitice pentru calculul deformațiilor elastice sunt aplicabile numai pentru metodele simple de structuri. Schemele de încărcare trebuie să considere operația tipică de prelucrare pe mașina-uneltă, subansamblurile acesteia aflându-se în situația cea mai defavorabilă.

Metoda elementelor finite este cea mai adecvată scopului propus, de cercetare a deformațiilor elastice ale elementelor portante în vederea optimizării structurii acestora după mai multe criterii. Programele de element finit pot determina atât tensiunile principale și direcțiile axelor principale, cât și mărimile globale la nivelul fiecărui element. Pe baza acestor valori, cu ajutorul programelor de postprocesare grafică, se pot reprezenta accesibil și evident câmpurile de tensiune la nivelul întregii structuri. Modelul MEF aproximează geometric și fizic structura reală și de aceea alegerea unui număr optim de elemente ne poate feri fie de o slabă aproximare, fie de erori considerabile.

that occurs on the normal to the splintering surface.

The rigidity of the machine-tools cannot be characterized with a single value, because the processing can be carried out in various points of the operating space of the machine-tool and with various action directions of the splintering force, this requiring a multidimensional vector. The analytical methods for the calculation of the elastic strains can be applied only to the structures simple methods. The loading diagrams shall take into account the typical operation procedure on the machine-tool, its subassemblies being in the most unfavourable situation.

The finite elements method is the most adequate for the proposed aim, i.e. the research of the elastic strains of the carrying elements with a view to optimize their structure according to several criteria. The finite element software can determine both the main tensions and the directions of the main axes, as well as the global quantities at the level of each element. Based on these values, the tension fields at the level of the whole structure can be represented, obviously and in an accessible way, by means of the graphical post processing software. MEF model approximates the real structure from the geometrical and physical points of view, that is why the choice of an optimum number of elements can protect us either from a weak approximation, or from serious errors.

References

1. Votinov, K.V.: *The rigidity of the machine-tools*. Moscow, 1940 (in Russian)
2. But, A.: *The study of the influence of the machine-tool construction over the processing accuracy*. PhD thesis. "Politehnica" University of Timișoara, Timișoara, Romania, 1999 (in Romanian)
3. Ispas, C.: *Machine-tools, testing and receipt*. "Tehnică" Publishing House, ISBN 973-31-1183-X, Bucharest, 1998 (in Romanian)
4. Zapciu, M.: *Theoretical and experimental researches concerning the elastic strains of the carrying elements of the machine-tools with a view to optimize their structure*. PhD thesis. University "Politehnica" of Bucharest, Bucharest, Romania, 1995 (in Romanian)
5. Bucur, C.: *Tutorial for SAP structural analysis programme*. MatrixRom Publishing House, ISBN 978-973-755-162-7, Bucharest, 2007 (in Romanian)

Lucrare primită în Decembrie 2007
(și în formă revizuită în Februarie 2008)

Received in December 2007
(and revised form in February 2008)