

MODEL MATEMATIC 2D PENTRU SIMULAREA SOLIDIFICĂRII PIESELOR TURNATE CENTRIFUGAL

2D MATHEMATICAL MODEL FOR THE SIMULATION OF CENTRIFUGALLY CAST PART SOLIDIFICATION

Vasile JIMAN, Ioan CIOBANU, Sorin I. MUNTEANU

“Transilvania” University of Braşov, Romania

Rezumat. Se arată particularitățile modelării matematice a solidificării pieselor turnate centrifugal. Se prezintă principiul modelării matematice 2D a solidificării pieselor tubulare turnate centrifugal. Modelul matematic utilizează coordonate cilindrice și se bazează pe metoda diferențelor finite. Particularizarea ecuațiilor care stau la baza modelului matematic se face în funcție de tipul și de compoziția chimică a aliajului.

Cuvinte cheie: turnare centrifugală, piese turnate, simulare, modelare matematică, solidificare

1. Introducere

Modelarea matematică a solidificării pieselor turnate constă în transpunerea în ecuații matematice a proceselor termice din ansamblul formei de turnare, în timpul răcirii și solidificării aliajului lichid. Modelarea matematică a solidificării pieselor turnate centrifugal are ca obiectiv realizarea unor programe destinate simulării solidificării acestor piese. Modelarea matematică și programele pentru simulare permit efectuarea unor studii și cercetări în următoarele scopuri:

- determinarea duratei de solidificare și de extragere a piesei solidificate;
- determinarea debitului de aliaj lichid pentru turnare;
- simularea solidificării piesei și vizualizarea câmpului de temperatură și a deplasării frontului de solidificare;
- dimensionarea corectă a stratului de amestec de formare sau de vopsea de pe suprafața interioară a formei de turnare și a condițiilor de răcire a exteriorului formei de turnare;
- stabilirea regimului termic de lucru al cochilei și a cadenței de lucru în cazul producției de serie.
- analiza tensiunilor termice din piesele turnate și prevenirea condițiilor de apariție a fisurilor în piesele turnate.

2. Particularități ale turnării centrifugale

Piesele tubulare turnate centrifugal prezintă câteva particularități geometrice și tehnologice care impun aplicarea unor modele matematice speciale pentru simularea solidificării.

Abstract. The paper discusses the particularities of the mathematical modelling of centrifugally cast part solidification. The principle of 2D mathematical modelling of centrifugally cast tubular part solidification is presented. The mathematical model uses cylindrical coordinates and is based on the method of finite differences. The particularisation of the equations underlying the mathematical model is achieved by type and composition of the alloy.

Keywords: centri fugal casting, castings, simulation, mathematical modelling, solidification

1. Introduction

The mathematical modelling of centrifugally cast tubular part solidification consists in expressing in form of equations the thermal processes taking place in the casting mould assembly during cooling and solidification of the cast liquid alloy. The objective of the mathematical modelling of solidification is the development of simulation software of the cast part solidification process. Mathematical modelling and simulation software allow the performing of studies and research for the following purposes:

- determine the duration of solidification and extraction of the solidified part;
- determine the liquid alloy flow rate in casting;
- simulate part solidification and visualize temperature field and movement of the solidification front;
- correctly dimension the layer of moulding sand or paint on the interior surface of the mould, as well as of the cooling conditions of the casting mould exterior;
- establish the thermal operational parameters of the chill and the working tact for series production;
- analyze the thermal stress in the cast parts and prevent the generation of the conditions for occurrence of cracks in cast parts.

2. Particularities of centrifugal casting

Centrifugally cast parts feature certain geometrical and technological particularities that require application of special mathematical models for the simulation of solidification.

Particularitățile geometrice sunt:

- simetria de rotație,
- prezența unei cavități cilindrice la interior cu diametru constant pe toată lungimea.

Suprafața exterioară poate avea diametru constant pe toată lungimea sau poate prezenta diametre în trepte așa cum este arătat în figura 1.

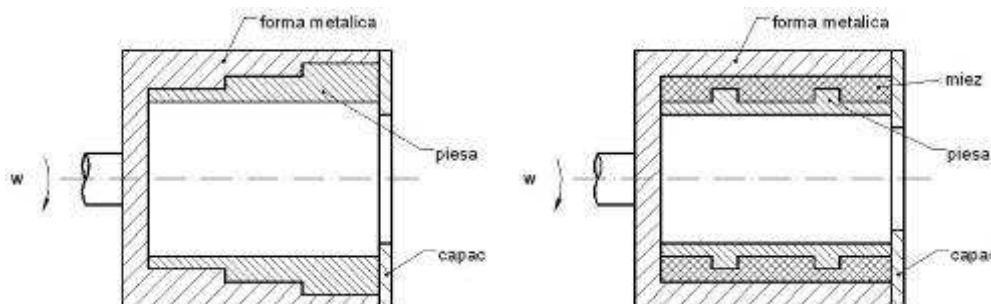


Figura 1. Piese tubulare cu profil exterior, turnate centrifugal
Figure 1. Tubular parts with external profile centrifugally cast

Particularitățile tehnologice mai importante sunt:

- obținerea golului interior fără miez;
- umplerea formei, solidificarea și răcirea piesei se realizează în timp ce forma se rotește cu o viteză ridicată.

Aceste particularități determină la rândul lor particularități privind transferul de căldură în ansamblul piesă - formă de turnare. Astfel:

- transferul de căldură prezintă o asimetrie accentuată în direcție radială a pieselor, coeficientul de transfer termic la suprafața exterioară a piesei fiind mult mai mare decât la suprafața interioară;
- transferul de căldură are loc în prezența acțiunii forței centrifuge, care determină în zona aliajului lichid, un transfer de masă a aliajului lichid cu temperatură mai mică și densitate mai mare, de la suprafața interioară spre suprafața exterioară a piesei;
- solidificarea piesei este dirijată de la exterior spre interior.

În cazul pieselor tubulare turnate centrifugal transferul de căldură în ansamblul formei de turnare se realizează prin următoarele mecanisme:

- convecție forțată la suprafața exterioară a formei;
- conducție termică în peretele crustei solidificate și în peretele formei de turnare;
- radiație la suprafața interioară a piesei;
- transport de masă și inclusiv de căldură în stratul de aliaj lichid (plasat spre interiorul piesei) încă nesolidificat la un moment dat.

Radiația de la suprafața interioară a pieselor tubulare este relativ redusă datorită faptului că se desfășoară într-un spațiu relativ închis.

The geometrical particularities include:

- rotation symmetry,
- the presence of interior cylindrical cavities of constant diameter over the entire length.

The exterior surface can also have a constant diameter over the entire length, or a stepped diameter, as shown in figure 1.

The more important technological particularities include:

- coreless obtaining of the interior cavity;
- filling of the mould, solidification and cooling of the part take place while the mould is spinning at high speed;

These particularities determine on their turn particularities concerning the heat transfer in the part – mould assembly. Thus:

- the heat transfer is strongly asymmetrical along the radial direction of the part, as the thermal transfer coefficient at the exterior surface of the part is significantly larger than at the interior one;
- heat transfer takes place in the presence of the centrifugal force, that determines in the area of the liquid alloy a mass transfer of the liquid alloy of small temperature and high density from the interior to the exterior surface of the part;
- part solidification is directed from the exterior inwards.

In the case of tubular centrifugally cast parts heat transfer in the assembly of the casting mould is achieved by the following mechanisms:

- forced convection at the exterior surface of the mould;
- thermal conductivity in the wall of the solidified crust and in the wall of the casting mould;
- radiation at the interior surface of the part;
- mass transport including heat transport in the layer of liquid alloy (located towards the interior of the part), still not solidified at a given time.

Radiation at the interior surface of tubular parts is however very reduced, as it takes place in a relatively closed space.

Transferul de căldură prin transport de masă are loc datorită acțiunii forței centrifuge mai mari, care acționează asupra particulelor de aliaj cu temperatură mai mică și densitate mai mare. După umplerea formei, stratul exterior de aliaj lichid în contact cu forma (cochila metalică) schimbă intens căldură cu aceasta, se răcește rapid și se solidifică rapid. Stratul de aliaj lichid de pe suprafața interioară a piesei schimbă căldură cu aerul din interior (prin convecție forțată și prin radiație). Viteza cu care se răcește stratul periferic de la interiorul piesei este mai mult mică decât viteza cu care se răcește stratul de la exteriorul piesei, aflat în contact cu forma metalică. Totuși temperatura stratului de la interior scade, iar densitatea metalului din acest strat crește. Fiind supus unei forțe centrifuge mai mari acest strat (stratul interior) este împins spre exterior, iar locul lui este luat de straturi mai calde provenite din mijlocul peretelui piesei. Între aceste straturi se realizează o egalizare a temperaturii. Ca urmare solidificarea piesei începe de la suprafața de contact cu forma metalică, iar frontul de solidificare se deplasează continuu de la exteriorul piesei spre interior. În acest timp temperatura lichidului din straturile interioare ale piesei se uniformizează. Are loc astfel un transport de masă și de căldură în straturile lichide de la interior care influențează derularea procesului de solidificare. Uniformizarea temperaturii lichidului la turnarea centrifugală este în același timp cauzată și de mișcarea de rotație a aliajului lichid cauzată de rotirea formei.

3. Ipotezele modelului matematic

Modelarea matematică a solidificării pieselor tubulare turnate centrifugal prezintă avantajul simetriei de rotație a pieselor. Această geometrie permite utilizarea unor modele matematice în coordonate cilindrice. Această particularitate simplifică modelul matematic. În cazul pieselor cilindrice profilate la exterior (figura 1) se pot utiliza modele matematice 2D în coordonate cilindrice. Astfel se reduce foarte mult timpul de lucru efectiv al calculatorului pentru simularea unui proces (în raport cu modelele 3D).

Grosimea mică a peretelui pieselor, comparativ cu diametrul interior, permite să se asigure (chiar la pas constant al grilei de divizare a piesei) condiția de convergență pentru ca la simulare, sistemul să nu intre în oscilație. Singura particularitate care creează dificultate la abordarea modelării procesului de solidificare în cazul turnării centrifugale constă în modelarea transportului de masă în aliajul lichid la interiorul piesei.

Heat transfer by mass transport takes place due to the effect of the larger centrifugal force that acts upon the low temperature and high density particles of the alloy. Upon filling of the mould, the exterior layer of liquid alloy in contact with the mould (metal chill) intensively exchanges heat with it, cools and solidifies rapidly. The layer of liquid alloy at the interior surface of the part exchanges heat with the air at the interior (by forced convection and radiation). The cooling rate of the peripheral layer at the interior of the part is significantly smaller than that of its exterior layer in contact with the metal mould. Nevertheless, the temperature of the interior layer decreases while the metal density in this layer increases. Being subject to a larger centrifugal force this (interior) layer is pushed outwards, being replaced by warmer layers coming from the centre of the part wall. An equalization of temperature is achieved between these layers. Consequently part solidification starts at the contact surface with the metal mould, and the solidification front continuously moves from the part exterior to its interior, while a uniform temperature of the liquid in the interior layers is reached. Thus a mass and heat transport occurs in the liquid layers from the interior that influences the solidification process. At the same time the achievement of a uniform temperature of the liquid in centrifugal casting is due also to the spinning of the liquid alloy, caused by the rotation of the mould.

3. The hypotheses of mathematical modelling

The mathematical modelling of centrifugally cast tubular parts benefits from the advantage of the rotation symmetry of the parts. This geometry allows the utilization of mathematical models in cylindrical coordinates. This particularity simplifies the mathematical model. In the case of cylindrical parts profiled at the exterior (figure 1) 2D mathematical models in cylindrical coordinates can be used. This significantly reduces the actual computer operation time for process simulation (in comparison to 3D models).

The small thickness of the part wall, compared to the interior diameter, facilitates (even for a constant increment of the part section dividing raster) achievement of the convergence condition, such as to prevent system oscillations in simulation. The only particularity creating difficulties in modelling of the solidification process in centrifugal casting is the modelling of heat transport in the liquid alloy at the interior of the part.

Modelul matematic realizat de autori pentru simularea solidificării pieselor tubulare turnate centrifugal ia în considerare următoarele ipoteze:

- umplerea formei se realizează instantaneu;
- schimbul de căldură între piesă și mediul înconjurător (formă, apă, aer) se produce exclusiv prin suprafața laterală a semifabricatului;
- piesa și forma se împart în elemente de volum inelare, concentrice, de grosime Δ și de lungime Δ ;
- volumele elementare se răcesc și se solidifică independent;
- se neglijează contracția volumică la răcire și la solidificare;
- între elementele vecine există contact perfect pe toată durata solidificării;
- între elementele vecine căldura se transmite numai prin conductibilitate;
- ca urmare a transportului de masă în aliajul lichid de la interiorul piesei, se produce permanent o egalizare a temperaturii straturilor interioare;
- transportul de masă are loc numai în direcție radială;
- transportul de masă are loc numai între straturile în care temperatura crește cu creșterea razei (temperatura crește de la interior spre exteriorul piesei);
- straturile de aliaj lichid în care temperatura scade cu creșterea razei nu participă la transferul de masă deoarece în aceste straturi densitatea aliajului lichid și forța centrifugă sunt mai mari în straturile plasate la exterior.

4. Ecuațiile de bază ale modelului matematic

În figura 2 este prezentată schema divizării ansamblului piesă – formă care stă la baza modelului matematic 2D cu diferențe finite pentru solidificarea unei piese tubulare turnată centrifugal.

Ansamblul piesă - formă se împarte în elemente inelare de grosime Δ și de lungime Δ . Raza interioară a unui element este r_{i-1} , iar raza exterioară este r_i așa cum se arată în figura 3. Relația între razele unui element este $r_{i+1} = r_i + \Delta$. Poziția unui element este precizată prin două coordonate „ i ” în direcția razei și „ j ” în direcție longitudinală. Elementele sunt numerotate de la $i = 1$ la la $i = N$, de la interior spre exterior, și de la $j = 1$ la $j = M$ în direcția axei longitudinale. Raza interioară a piesei este R_0 .

Raza exterioară a formei este R_f unde $R_f = r_0 + N \cdot \Delta$. Raza exterioară a piesei este $R_p = R_0 + N_p \cdot \Delta$, unde N_p reprezintă numărul de

The mathematical model of the solidification of centrifugally cast tubular parts developed by the authors takes into consideration the following hypotheses:

- instantaneous filling of the mould;
- the heat exchange between part and environment (mould, water, air) takes place exclusively through the lateral surface of the part;
- the part and mould are divided into concentric ring-shaped volume elements of width Δ and length Δ ;
- the elementary volumes cool and solidify independently;
- the volume contraction in cooling and solidification is neglected;
- neighbouring elements are in perfect contact throughout the entire duration of solidification;
- between the neighbouring elements heat is transmitted only by conductivity;
- consequently to mass transport with in the liquid alloy from the interior of the part, a permanent equalization of the temperature of the interior layers takes place;
- mass transport occurs only in radial direction;
- mass transport takes place only between layers in that temperature increases with the radius (temperature increases from the interior to the exterior of the part);
- the layers of liquid alloy in which temperature decreases with the increase of the radius do not participate in mass transfer, as in these layers the density of the liquid alloy and the centrifugal force are higher in the exterior layers.

4. The fundamental equations of mathematical modelling

Figure 2 shows the division of the mould – part assembly underlying the finite differences 2D mathematical model of centrifugally cast tubular part solidification.

The part – mould assembly is divided into ring-shaped elements of thickness Δ and length Δ . The interior radius of an element is r_{i-1} , and the exterior radius is r_i as shown in figure 3. The relationship between the radii of an element is $r_{i+1} = r_i + \Delta$. The position of an element is given by two coordinates, „ i ” on the direction of the radius and „ j ” in longitudinal direction. The elements are numbered from $i = 1$ to la $i = N$, from the interior outwards, and from $j = 1$ to $j = M$ in the direction of the longitudinal axis. The interior radius of the part is R_0 .

The exterior radius of the mould is R_f , where $R_f = r_0 + N \cdot \Delta$. The exterior radius of the part is $R_p = R_0 + N_p \cdot \Delta$, where N_p represents the number of

elemente în care este divizată secțiunea transversală prin piesă. Modelul ia în considerare transmiterea căldurii între elementele vecine pe direcție radială și axială într-un interval de timp finit, τ .

elements into which the transversal section through the part is divided. The model takes into consideration heat transmission between the neighbouring elements in radial and axial direction, over a finite time interval τ .

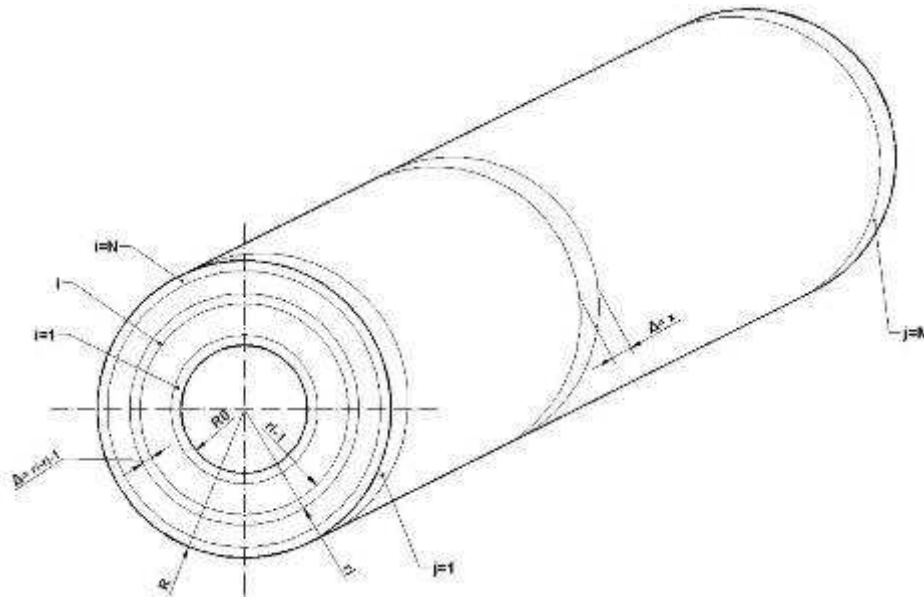


Figura 2. Divizarea piesei în elemente inelare de lungime finită Δ , în cadrul modelelor 2D în coordonate cilindrice
Figure 2. Division of the part – mould assembly in the case of 2D models in cylindrical coordinates

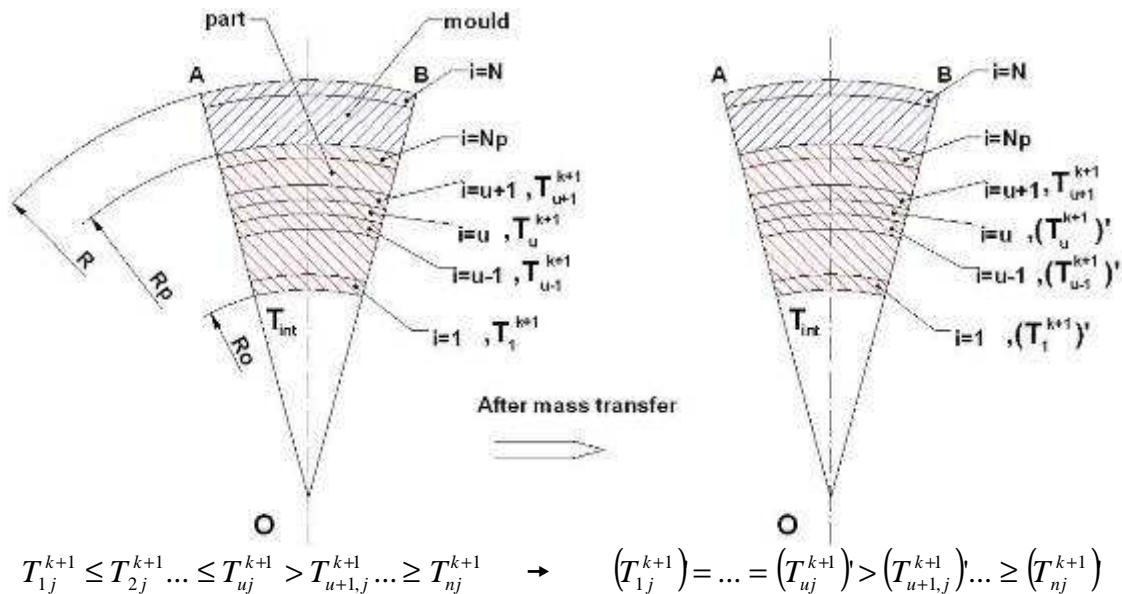


Figura 3. Schema egalizării temperaturii la interiorul piesei turnate ca urmare a transferului de masă
Figure 3. Schematic of temperature equalization at the interior of the part consequently to mass transfer

La un moment oarecare $\tau_k = k \cdot \tau$, starea fiecărui element numerotat prin indicii „ i și j ”, este caracterizată prin temperatura T_{ij}^k și prin fracția de solid ξ_{ij}^k . La momentul inițial ($k = 0$) starea elementelor este caracterizată prin temperatura inițială T_{ij}^0 și fracția de solid ξ_{ij}^0 .

At any moment $\tau_k = k \cdot \tau$, the state of each element numbered along the radius by index “ i and j ” is characterized by temperature T_{ij}^k and the solidified fraction ξ_{ij}^k . At the initial moment ($k = 0$) the state of the elements is characterized by the initial temperature T_{ij}^0 and the solid fraction ξ_{ij}^0 .

Modelul matematic are la bază ecuația diferențială a conservării energiei termice pentru fiecare element "i și j", pentru un interval de timp elementar τ , conform relației:

$$(\Delta Q_{ced})_{ij}^k = (\Delta Q_m)_{ij}^k, \quad (1)$$

unde ΔQ_{ced} reprezintă căldura transmisă prin conducție sau convecție de un element "i, j" către elementele învecinate în intervalul de timp τ la momentul τ_k , iar ΔQ_m reprezintă variația căldurii masice a elementului respectiv în același interval de timp, ca urmare a variației temperaturii de la T_{ij}^k la T_{ij}^{k+1} și a fracției solidificate de la ξ_{ij}^k la ξ_{ij}^{k+1} .

Căldura transmisă de elementul inelar "i, j" elementelor învecinate într-un interval de timp τ , la momentul τ_k , este exprimată prin relația:

$$\begin{aligned} (\Delta Q_{ced})_{ij}^k = & \{[(\alpha_{in})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i-1,j}^k) \cdot r_{i-1} + (\alpha_{ex})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j+1}^k)] \cdot 2\pi \cdot \Delta r \times \\ & \times [(\alpha_{st})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j-1}^k) + (\alpha_{dr})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j+1}^k)] \cdot 2\pi \cdot r_{i-1} \cdot \Delta\} \cdot \tau \end{aligned} \quad (2)$$

unde α_{in} , α_{ex} , α_{st} , α_{dr} reprezintă coeficienții de schimb termic cu elementele vecine din interior, de la exterior, de la stânga și respectiv de la dreapta al elementului "i, j" la momentul τ_k .

Variația căldurii masice $(\Delta Q_m)_{ij}^k$ a unui element "i, j" ca, urmare a variației temperaturii și (sau) a fracției solidificate în intervalul de timp τ se exprimă în funcție de temperatura T_{ij}^k , de fracția de solid ξ_{ij}^k a elementelor la momentul τ_k și de valorile finale ale acestor mărimi T_{ij}^{k+1} și ξ_{ij}^{k+1} la momentul τ_{k+1} . Variația căldurii masice a unui element se exprimă printr-o relație de forma:

$$(\Delta Q_m)_{ij}^k = 2\pi \cdot r_{i-1} \cdot \Delta^2 \rho_{ij} \cdot [c_{ij} \cdot (T_{ij}^k - T_{ij}^{k+1}) + L_{ij} \cdot (\xi_{ij}^{k+1} - \xi_{ij}^k)], \quad (3)$$

unde c_{ij} reprezintă căldura specifică a elementelor, iar L_{ij} căldura latentă de solidificare.

Înlocuind relațiile (2) și (3) în relația (1) se obține relația detaliată care stă la baza modelului matematic.

$$\begin{aligned} & \{[(\alpha_{in})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i-1,j}^k) \cdot r_{i-1} + (\alpha_{ex})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j+1}^k)] \cdot r + \\ & + [(\alpha_{st})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j-1}^k) + (\alpha_{dr})_{ij}^k \cdot (T_{ij}^k - T_{i,j+1}^k)] \cdot r_{i-1}\} \tau = r_{i-1} \cdot \Delta \cdot \rho_{ij} \cdot [c_{ij} \cdot (T_{ij}^k - T_{ij}^{k+1}) + L_{ij} \cdot (\xi_{ij}^{k+1} - \xi_{ij}^k)] \end{aligned} \quad (4)$$

Pentru simularea procesului de solidificare din ecuația (4) se determină mai întâi fracția de solid ξ_{ij}^{k+1} . Apoi în funcție de rezultat se determină temperatura T_{ij}^{k+1} .

The mathematical model is based on the differential equation of thermal energy conservation for each finite element "i and j", over an elementary time interval τ , according to equation (1):

where ΔQ_{ced} represents the heat transmitted by conduction or convection by an element "i, j" to the neighbouring elements over a time interval τ at moment τ_k , and ΔQ_m represents the variation of mass heat of that element in the same time interval, consequently to the variation of temperature from T_{ij}^k to T_{ij}^{k+1} and of the solidified fraction from ξ_{ij}^k to ξ_{ij}^{k+1} .

The heat transmitted by the ring-shaped element "i" to the neighbouring elements in a time interval τ , at moment τ_k , is expressed by equation (2):

where α_{in} , α_{ex} , α_{st} , α_{dr} represent the coefficients of heat exchange with the neighbouring elements to the interior and exterior, respectively of element "i, j" at moment τ_k .

The variation of the mass heat $(\Delta Q_m)_{ij}^k$ of a finite element "i, j" consequently to the variation of temperature and/or the solidified fraction during the time interval τ is expressed in dependence on the temperature T_{ij}^k and the fraction of solid ξ_{ij}^k of the elements at time τ_k and on the final values of these quantities, namely T_{ij}^{k+1} and ξ_{ij}^{k+1} at moment τ_{k+1} . The variation of mass heat of one element is expressed by a relationship of the form of equation:

where c_{ij} represents the specific heat of the elements and L_{ij} the latent solidification heat.

Upon replacing equations (2) and (3) in equation (1) the detailed relation underlying the mathematical model is obtained.

For simulation of the solidification process, at first the solid fraction ξ_{ij}^{k+1} is determined from equation (4). Upon which temperature T_{ij}^{k+1} is determined in dependence on the result.

La rezolvarea modelului matematic relația (3) și respectiv (4) se particularizează în funcție de tipul și compoziția chimică a aliajului. La particularizarea căldurii masice $(\Delta Q_m)_{ij}^k$, în cazul aliajelor eutectice se întâlnesc 9 situații care sunt determinate de poziția temperaturilor T_{ij}^k și T_{ij}^{k+1} în raport cu temperatura eutectică (solidus) $(T_s)_{ij}$ a elementului pentru care se rezolvă ecuația de bilanț termic. În cazul aliajelor hipoeutectice (situat deasupra orizontalei eutectice), pentru exprimarea căldurii masice cedate de un element $(\Delta Q_m)_{ij}^k$ se întâlnesc 16 situații care sunt determinate de poziția temperaturilor T_{ij}^k și T_{ij}^{k+1} în raport cu temperaturile solidus $(T_s)_{ij}$ și lichidus $(T_L)_{ij}$ ale elementului pentru care se scrie ecuația de bilanț termic. În cazul aliajelor cu transformare peritectică (de exemplu oțeluri) se întâlnesc 25 de situații în funcție de poziția temperaturilor T_{ij}^k și T_{ij}^{k+1} în raport cu temperaturile solidus $(T_s)_{ij}$ și lichidus $(T_L)_{ij}$ și de temperatura peritectică $(T_P)_{ij}$ ale elementului pentru care se scrie ecuația de bilanț termic. Aceasta arată că modelele matematice și respectiv programele pentru simularea solidificării sunt mult mai complexe în cazul pieselor turnate din oțel decât în cazul pieselor turnate din fontă.

Introducerea acestor expresii matematice căldura masică (relația 3) și căldura transmisă prin conducție (relația 2) în relația (1) pentru fiecare din situații, conduc la sisteme de 9, 16 sau respectiv 25 de ecuații, care trebuie rezolvate pentru fiecare element și pentru fiecare interval de timp. Aceste sisteme se pot rezolva numai numeric cu ajutorul calculatoarelor. Prin rezolvarea succesivă pentru fiecare interval de timp τ_k și pentru fiecare strat a acestor ecuații, se determină valorile fracției solidificate și ale temperaturii ξ_{ij}^{k+1} și T_{ij}^{k+1} pentru fiecare element al piesei și al formei, la fiecare moment.

Elaborarea unor modele matematice mai precise trebuie să țină cont de transferul de masă în aliajul lichid de la interiorul piesei. În acest caz după fiecare interval de timp τ trebuie să se determine temperatura aliajului lichid (T_{ij}^{k+1}) care rezultă după uniformizarea temperaturii straturilor respective și care constituie temperatura inițială pentru intervalul de timp următor.

In solving the mathematical model equations (3) and (4) respectively are particularized in function of the type and chemical composition of the alloy. The particularization of the mass heat $(\Delta Q_m)_{ij}^k$ for eutectic alloys can be broken down into 9 situations determined by the positions of temperatures T_{ij}^k and T_{ij}^{k+1} in relation to the eutectic (solidus) temperature $(T_s)_{ij}$ of the element for which the equation of thermal equilibrium is solved. In the case of hypoeutectic alloys (located above the eutectic horizontal), in order to express the mass heat ceded by an element $(\Delta Q_m)_{ij}^k$, 16 situations are encountered, determined by the positions of temperatures T_{ij}^k and T_{ij}^{k+1} in relation to the solidus $(T_s)_{ij}$ and liquidus $(T_L)_{ij}$ temperatures of the element for that the equation of thermal equilibrium is written. In the case of alloys with peritectic transformation (like steels) 25 situations are encountered depending on the position of the temperatures T_{ij}^k and T_{ij}^{k+1} in relation with the solidus $(T_s)_{ij}$, liquidus $(T_L)_{ij}$ and peritectic $(T_P)_{ij}$ temperatures of the element for that the equation of thermal equilibrium is written. These considerations show that the mathematical models and the solidification simulation software, respectively, are significantly more complex for steel castings than for cast iron ones.

Replacing these mathematical expressions of the mass heat (eq. 3) and of the heat transmitted by convection (eq. 2) into equation 1 for each of the situation yields systems of 9, 16 or 25 equations, respectively, that have to be solved for each element and for each time interval. The solving of these systems can only be numerical and computer aided. By successive solving of these equations for each time interval τ_k and for each layer, the values of the solidified fraction and temperature, ξ_{ij}^{k+1} and T_{ij}^{k+1} are determined for each element of the part and mould, at each moment of time.

The development of more accurate mathematical models needs to take into account the mass transfer in the liquid alloy from the interior of the part outwards. In this case, after each time interval τ the temperature of the liquid alloy, (T_{ij}^{k+1}) needs to be determined, resulting upon equalization of the temperature of the respective layers, and that represents the initial temperature for the next time interval.

Transferul de masă și egalizarea temperaturii se realizează în straturile care verifică condiția:

$$T_{ij}^{k+1} \leq T_{i+1,j}^{k+1} \quad (5)$$

Considerând că această relație se verifică pentru $1 \leq i \leq u$, se scrie relația de bilanț termic corespunzător transferului de masă între straturile $i \in (1 \div u)$ pe baza schemei din figura 3.

$$\sum_{i=1}^{i=u} 2\pi \cdot r_{ij} \cdot \Delta^2 \cdot \rho \cdot c_{ij} \cdot T_{ij}^{k+1} = (T_{ij}^{k+1})' \cdot \sum_{i=1}^{i=u} c_{ij} \cdot 2\pi \cdot r_i \cdot \Delta^2 \cdot \rho_{ij} \quad (6)$$

De aici temperatura straturilor interioare, $i \in (1 \div u)$, după transferul de masă, care constituie temperatura inițială a elementelor la momentul următor este:

$$(T_{ij}^{k+1})' = \frac{\sum_{i=1}^{i=u} r_i \cdot c_{ij} \cdot T_{ij}^{k+1}}{\sum_{i=1}^{i=u} r_i \cdot c_{ij}} \quad (7)$$

Mass transfer and temperature equalization is achieved in layers satisfying the following condition:

Considering that this equation is satisfied for $1 \leq i \leq u$, the equation of thermal equilibrium is written for the layers $i \in (1 \div u)$ based on the schematic of figure 3.

From here the temperature of the interior layers, $i \in (1 \div u)$, after mass transfer, representing the initial temperature of the elements at the next moment is:

5. Concluzii

Datorită transportului de masă și de căldură modelul matematic pentru solidificarea pieselor turnate centrifugal este mai complex decât modelul pentru solidificarea pieselor turnate gravitațional. Pentru simularea solidificării pieselor cu geometrie asimetrică turnate centrifugal în forme cu plan de separație și ax de rotație vertical este necesar să se utilizeze modele matematice 3D.

Până în prezent în literatura de specialitate nu se întâlnesc referințe privind simularea solidificării pieselor turnate centrifugal.

5. Conclusions

Due to mass and heat transport the mathematical model for the solidification of centrifugally cast parts is more complex than that for gravitational castings. Utilization of 3D mathematical models is required to simulate the solidification of parts of asymmetrical geometry centrifugally cast into moulds with a separation plane and vertical rotation axis.

To date literature does not include references on the simulation of centrifugally cast part solidification.

References

1. Munteanu, I.S., Ciobanu, I., Crișan, A., Masnita, M.: *3D-mathematical model to simulate the macro-solidification of castings from eutectic alloys*. Metalurgia Internațional, no. 5, 2005, p. 3-11, ISSN 1582-2214
2. Ciobanu, I., Munteanu, S.I., Crișan, A.: *Finite differences mathematical model for the macrosolidification of parts cast from hypoeutectic cast iron*. Metalurgia Internațional, no. 6, 2005, p. 38-50, ISSN 1582/2214
3. Velicu, S., Marginean, I.: *Utilaje și tehnologii de proces pentru procedee speciale de turnare (Equipments and technologies for special casting processes)*. Editura BREN, Bucharest, 2003, ISBN 973-648-136-0
4. Sofroni, L., Brabie, V., Bratu, C.: *Bazele teoretice ale turnării (Theoretical fundamentals of casting)*. Editura Didactică și Pedagogică, Bucharest, 1980 (in Romanian)
5. Soporan, V., Constantinescu, V.: *Modelarea solidificării la nivel macrostructural (Solidification modelling at macrostructural level)*. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1995 (in Romanian)
6. Soporan, V., Constantinescu, V., Crișan, M.: *Solidificarea aliajelor (Solidification of alloys)*. Editura Transilvania Press, Cluj-Napoca, 1995 (in Romanian)
7. Munteanu, S.I., Ciobanu, I., Crișan, A.: *Mathematical model for solid fraction variation with temperature in steel and cast iron solidification*. Metalurgia Internațional, no. 6, 2008, p. 37-44, ISSN 1582-2214
8. Ciobanu, I., Monescu, V., Mașniță, M.: *Research by computer simulation of the solidification regarding the influence of the moulds thermophysical characteristics over the castings solidification*. Metalurgia Internațional, no. 6, 2006, p. 16-26, ISSN 1582-2214

Lucrare primită în Iunie 2009

Received in June 2009