

DESPRE ORDONAREA RAPOARTELOR DE TRANSMITERE LA TRANSMISIILE CU LANȚ ALE BICICLETELOR

UPON THE ORDINATION OF THE GEAR RATIOS IN THE BICYCLE CHAIN GEARING

Romeo CIOARĂ, Ovidiu SÎRBU
Transilvania University of Brasov, Romania

Rezumat. Transmisiile cu lanț utilizate la biciclete pot fi unele simple, care realizează un singur raport de transmitere, sau unele complexe, la care raportul de transmitere ia mai multe valori discrete. Prin reglarea raportului de transmitere se reglează în fapt viteza de deplasare a bicicletei pentru a o adecva dorinței biciclistului, condițiilor de drum și puterii dezvoltată la arborele pedaliere de către biciclist.

Diverșii bicicliști au obiective diferite: unii fac performanță, alții utilizează bicicleta pentru relaxare, alții pur și simplu se deplasează. În consecință, valoarea maximă a puterii pe care biciclistul este capabil sau este dispus să o dezvolte la arborele pedaliere este diferită de la caz la caz. Din acest motiv se impune ca transmisiile bicicletelor să fie personalizate.

Lucrarea descrie domeniul de viteze capabil a fi realizat cu o bicicletă și subliniază, dacă mai era cazul, că ordonarea optimă a rapoartelor de transmitere trebuie făcută în serie geometrică. Se arată că transmisiile utilizate curent la biciclete nu respectă această cerință, se dă o soluție de numere de dinți ale roților de lanț care rezolvă suficient ordonarea corectă a rapoartelor de transmitere și se precizează că sunt justificate cercetări pentru conceperea și realizarea unei transmisii cu turație autoreglabilă.

Cuvinte cheie: transmisie cu lanț, rapoarte de transmitere, ordonare

1. Introducere

Bicicleta este un mijloc de transport și de recreare foarte popular, nepoluant, de veche tradiție și de viitor [2, 5].

La marea majoritate a bicicletelor moderne se utilizează transmisiile cu lanț pentru a face legătura cinematică între arborele pedaliere și arborele roții spate, roată motoare a bicicletei, și pentru a asigura acesteia o turație anume.

Transmisiile cu lanț utilizate la biciclete pot fi unele simple, care realizează un singur raport de transmitere, sau unele complexe, la care raportul de transmitere ia mai multe valori discrete. Transmisiile cu lanț mai complexe necesită mai multe roți de lanț fie numai pe arborele roții spate, fie și pe arborele pedaliere, precum și mecanisme (adecvate) pentru comutarea lanțului de pe o roată de lanț pe una (imediat) vecină.

Prin reglarea raportului de transmitere se

Abstract. Chain gears used for bicycles may be simple, which achieve a single gear ratio, or complex, in which the gear ratio takes several discreet values. Through regulating the gear ratio, the bicycle advancement speed is in fact regulated, in order to make it adequate to the bicyclist's desire, the road conditions and the power developed at the pedal shaft by the bicyclist.

Different bicyclists have different objectives: some of them aim at performance, others use the bicycle for relaxation, and others simply get out of place. Consequently, the maximal value of the power that the bicyclist is able or is willing to develop at the pedal shaft is different from case to case. Therefore, the bicycle gears must be personalized.

The paper herein describes the range of speeds likely of being achieved with a bicycle and emphasizes, if there was still the case, that the optimal ordination of the gear ratios must be performed in geometric series. There is shown that the currently used gears in bicycles do not observe this requirement, there is offered a solution for the teeth number of the chain wheels, which sufficiently solves the correct ordination of the gear ratios and there is specified that researches are justified for conceiving and achieving a gear with self-regulating rotative speed.

Key words: chain gear, gear ratios, ordination

1. Introduction

The bicycle is a very popular means of transportation and of recreation, non-polluting, of old tradition and promising future [2, 5].

For the great majority of modern bicycles, chain gears are used in order to make the cinematic connection between the pedal shaft and the back wheel shaft, which is the bicycle driving wheel, and so as to ensure a certain rotative speed.

Chain gears used for bicycles may be simple, which achieve a single gear ratio, or complex, in which the gear ratio takes several discreet values. More complex chain gears require more chain wheels, either only on the back wheel shaft, or also on the pedal shaft, as well (adequate) mechanisms for commuting the chain from a chain wheel to an (immediately) neighboring one.

Through regulating the gear ratio, the bicycle

reglează în fapt viteza de deplasare a bicicletei pentru a o adecva dorinței biciclistului, condițiilor de drum și puterii dezvoltată la arborele pedaliar de către biciclist.

Diverșii bicicliști au obiective diferite: unii fac performanță, alții utilizează bicicleta pentru relaxare, alții pur și simplu se deplasează. În consecință, valoarea maximă a puterii pe care biciclistul este capabil sau este dispus să o dezvolte la arborele pedaliar este diferită de la caz la caz. Din acest motiv se impune ca transmisiile bicicletelor să fie personalizate.

Într-un model de mișcare și de solicitare al bicicletei, mărimi de ieșire sunt viteza de deplasare a bicicletei și rezistența la înaintare opusă acesteia, ambele determinând puterea rezistentă, iar mărimi de intrare sunt turația cu care biciclistul antrenează arborele pedaliar și momentul de torsiune dezvoltat la arborele pedaliar, ambele determinând puterea antrenare.

Lucrarea de față ia în considerare modelul de mișcare și de solicitare al bicicletei prezentat în [2], cu notațiile corespunzătoare, fiind o dezvoltare a acestei lucrări.

2. Viteza de deplasare a unei biciclete

Diverșii bicicliști au performanțe proprii diferite, definitorii fiind puterea maximă și momentul de torsiune maxim pe care le pot dezvolta la arborele pedaliar.

Conform [2], puterea dezvoltată de un biciclist la arborele pedaliar al bicicletei se exprimă cu relația:

$$N_{ap} = \omega_{ap} \cdot M_{tap} = 2\pi \cdot n_{ap} \cdot M_{tap} = 2\pi \cdot n_{ap} \cdot b_p \cdot F_p = 2\pi \cdot n_{ap} \cdot b_b \cdot k_p \cdot G_B, \quad (1)$$

în care:

- N_{ap} – puterea la arborele pedaliar;
- ω_{ap} – viteza unghiulară a arborelui pedaliar;
- M_{tap} – momentul de torsiune la arborele pedaliar;
- n_{ap} – turația arborelui pedaliar;
- b_p – lungimea brațului pedaliar;
- F_p – forța de apăsare asupra pedaliarului (asupra pedalei brațului pedaliar);
- G_B – greutatea biciclistului;
- $k_p = F_p / G_B$ – coeficient.

Relația (1) pune în evidență faptul că, la o bicicletă la care lungimea brațului pedaliar este b_p , puterea dezvoltată de biciclist este direct dependentă de turația n_{ap} cu care acesta antrenează arborele pedaliar și de forța F_p de apăsare pe pedaliar. Puterea este maximă dacă este maxim produsul $n_{ap} \cdot F_p$ dintre turația arborelui pedaliar și forța de apăsare pe pedaliar, dar fără a se înțelege

advancement speed is in fact regulated, in order to make it adequate to the bicyclist's desire, the road conditions and the power developed at the pedal shaft by the bicyclist.

Different bicyclists have different objectives: some of them aim at performance, others use the bicycle for relaxation, and others simply get out of place. Consequently, the maximal value of the power that the bicyclist is able or is willing to develop at the pedal shaft is different from case to case. Therefore, the bicycle gears must be personalized.

In a bicycle movement and strain model, the output values are the bicycle advancement speed and the road resistance opposing the former, both determining the resistant power, and the input values are the rotative speed with whom the bicyclist drives the pedal shaft and the torsion moment developed at the pedal shaft, both determining the driving power.

The paper herein considers the bicycle movement and strain model presented in [2], with the corresponding notations, being a development of this paper.

2. Advancement speed of a bicycle

The different bicyclists have their own different performances, there being decisive the maximal power and the maximal torsion moment they may develop at the pedal shaft.

According to [2], the power developed by a bicyclist at the bicycle pedal shaft is expressed through the relation:

in which:

- N_{ap} – power at the pedal shaft;
- ω_{ap} – angular speed of the pedal shaft;
- M_{tap} – torsion moment at the pedal shaft;
- n_{ap} – rotative speed of the pedal shaft;
- b_p – length of the pedal arm;
- F_p – pressing force upon the pedal support (upon the pedal of the pedal arm);
- G_B – bicyclist's weight;
- $k_p = F_p / G_B$ – coefficient.

The relation (1) emphasizes that, for a bicycle whose pedal arm length is b_p , the power developed by the bicyclist directly depends on the rotative speed n_{ap} with whom this one drives the pedal shaft and on the pressing force F_p upon the pedal support. The power is maximal if there is maximal the product $n_{ap} \cdot F_p$ between the pedal shaft rotative speed and the pressing force upon the pedal support,

prin aceasta că atât turația n_{ap} a arborelui pedaliier, cât și forța F_p de apăsare pe pedaliier sunt simultan maxime.

Următoarea precizare este necesară: prin coeficientul k_p se evidențiază legătura directă dintre forța de apăsare pe pedaliier și greutatea biciclistului. În mod uzual coeficientul k_p ia valori subunitare, doar la limită acesta fiind egal cu unitatea (atunci când biciclistul nu mai stă pe șaua bicicletei și apasă cu întreaga sa greutate asupra uneia dintre pedalele bicicletei). Coeficientul k_p poate lua valori supraunitare doar în cazul în care biciclistul se poate sprijini suplimentar, de exemplu în zona umerilor, caz în care forța dezvoltată la pedaliier nu mai are legătură directă evidentă cu greutatea G_B a biciclistului.

Ca urmare, este evident că valoarea forței cu care un biciclist poate apăsa pe brațul pedaliier este limitată superior,

$$F_p \leq (F_p)_{\max}, \quad (2)$$

ceea ce determină implicit și faptul că momentul de torsiune dezvoltat la arborele pedaliier nu poate depăși o anumită valoare maximă:

$$M_{t_{ap}} = b_p \cdot F_p \leq (M_{t_{ap}})_{\max} = b_p \cdot (F_p)_{\max}. \quad (3)$$

Se poate considera că nu diferă semnificativ turațiile maxime cu care diverșii bicicliști adulți pot antrena arborele pedaliier al unei biciclete, dar este cert că există o anumită valoare maximă a acestui parametru, limitată fiziologic:

$$n_{ap} \leq (n_{ap})_{\max}. \quad (4)$$

Conform [1, 4], pentru un lanț cinematic relația dintre mărimea de ieșire y_e și mărimea de intrare y_i este dată de ecuația de transfer, $y_e = i_T \cdot y_i$, $i_T = y_e/y_i$ fiind funcția de transfer. În cazul transmisiei unei biciclete, i_T este chiar raportul total de transmitere, care în această abordare are expresia¹

$$i_T = (i_T)_{ij} = \frac{(\omega_{rs})_{ij}}{\omega_{ap}} = \frac{(n_{rs})_{ij}}{n_{ap}} = \frac{(z_{ap})_i}{(z_{rs})_j}, \quad (5)$$

unde ω_{rs} este viteza unghiulară a roții spate, n_{rs} este turația roții spate, iar $(z_{ap})_i$ și $(z_{rs})_j$ sunt numerele de dinți ale roților de lanț de pe arborele pedaliier, respectiv de pe arborele roții spate.

Viteza de deplasare a unei biciclete se exprimă prin relația:

without assuming that both the pedal shaft rotative speed n_{ap} and the pressing force F_p upon the pedal support are simultaneously maximal.

The following specification is necessary: through the coefficient k_p , the direct connection between the pressing force on the pedal support and the bicyclist's weight is emphasized. The coefficient k_p usually takes sub-unitary values, at limit being equal to unity (when the bicyclist is no longer seated on the bicycle saddle and presses with his/her entire weight on one of the bicycle pedals). The coefficient k_p may take supra-unitary values only in the case in which the bicyclist may further lean, for instance in the area of his/her shoulders, in which case the force developed at the pedal shaft no longer has obvious direct connection with the bicyclist's weight G_B .

Consequently, it speaks for itself that the value of the force with whom a bicyclist may press on the pedal shaft is superiorly limited,

which implicitly entails that the torsion moment developed at the pedal shaft cannot exceed a certain maximal value:

The maximal rotative speeds with whom the different adults can drive the pedal shaft of a bicycle may be considered not to significantly differ among themselves, but it is certain that a certain maximal value of this parameter, physiologically limited, exists:

According to [1, 4], for a cinematic chain, the relation between the output value y_e and the input value y_i is given by the transfer equation, $y_e = i_T \cdot y_i$, $i_T = y_e/y_i$ being the transfer function. In the case of a bicycle gear, i_T is the very total gear ratio which, in this approach, has the expression¹

where ω_{rs} is the angular speed of the back wheel, n_{rs} is the rotative speed of the back wheel, $(z_{ap})_i$ and $(z_{rs})_j$ are the teeth number of the chain wheels on the pedal shaft, respectively on the back wheel shaft.

The advancement speed of a bicycle is expressed through the relation:

¹ În [2], raportul de transmitere s-a definit, conform [3], ca fiind $i_T = \omega_{ap}/\omega_{rs} = n_{ap}/n_{rs} = (z_{rs})_j/(z_{ap})_i$.
In [2], the gear ratio was defined, according to [3], as being $i_T = \omega_{ap}/\omega_{rs} = n_{ap}/n_{rs} = (z_{rs})_j/(z_{ap})_i$.

$$(v_b)_{ij} = (\omega_{rs})_{ij} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = (i_T)_{ij} \cdot \omega_{ap} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = \pi \cdot (i_T)_{ij} \cdot n_{ap} \cdot d_{rs}, \quad (6)$$

unde d_{rs} este diametrul exterior al roții spate.

Momentul de torsiune transmis la roata spate a bicicletei, moment de torsiune antrenor, este

$$(M_{trs})_{ij} = \eta_T \cdot \frac{1}{(i_T)_{ij}} \cdot M_{tap} \leq \left((M_{trs})_{ij} \right)_{\max} = \eta_T \cdot \frac{1}{(i_T)_{ij}} \cdot (M_{tap})_{\max}, \quad (7)$$

unde η_T este randamentul transmisiei bicicletei.

Evident, bicicleta se află în mișcare doar dacă momentul de torsiune rezistent la roata spate este mai mic decât cel antrenor.

Puterea transmisă la arborele roții spate se exprimă prin relația:

$$(N_{rs})_{ij} = (\omega_{rs})_{ij} \cdot (M_{trs})_{ij} = 2\pi \cdot (n_{rs})_{ij} \cdot \eta_T \cdot \frac{1}{(i_T)_{ij}} \cdot M_{tap} = 2\pi \cdot \eta_T \cdot n_{ap} \cdot M_{tap} = \eta_T \cdot N_{ap}. \quad (8)$$

Se observă că variația raportului de transmitere nu influențează valoarea puterii disponibile la arborele roții spate, ci doar turația roții spate (implicit, viteza de deplasare a bicicletei) și valoarea momentului de torsiune antrenor.

Ținând cont și de relația (7), relația (8) poate fi pusă sub forma:

$$(\omega_{rs})_{ij} = \frac{\eta_T \cdot N_{ap}}{(M_{trs})_{ij}} = (i_T)_{ij} \cdot \frac{N_{ap}}{M_{tap}}. \quad (9)$$

Ca urmare viteza de deplasare a bicicletei se poate exprima în funcție de puterea dezvoltată de biciclist și de momentul de torsiune antrenor, acesta din urmă fiind dependent de momentul de torsiune la arborele pedalier și de raportul de transmitere al transmisiei cu lanț:

$$(v_b)_{ij} = (\omega_{rs})_{ij} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = \frac{\eta_T \cdot N_{ap}}{(M_{trs})_{ij}} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = (i_T)_{ij} \cdot \frac{N_{ap}}{M_{tap}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}, \quad (10)$$

Luând în considerare relația (4), relația (6) se scrie sub forma:

$$(v_b)_{ij} \leq \pi \cdot (i_T)_{ij} \cdot (n_{ap})_{\max} \cdot d_{rs}, \quad (11)$$

iar ținând cont de faptul că $N_{ap} \leq (N_{ap})_{\max}$ relația (10) se scrie sub forma:

$$(v_b)_{ij} \leq \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{(M_{trs})_{ij}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}. \quad (12)$$

În aceste condiții este justificat ca domeniul de viteză capabil a fi realizat cu o bicicletă să fie reprezentat grafic și analizat în funcție de momentul de torsiune antrenor dezvoltat la roata spate a

where d_{rs} is the external diameter of the back wheel.

The torsion moment transmitted to the back wheel of the bicycle, driving torsion moment, is

where η_T is the bicycle gear efficiency.

Obviously, the bicycle is in motion only if the resistant torsion moment at the back wheel is smaller than the driving one.

The power transmitted to the back wheel shaft is expressed through the relation:

It may be noted that the variation of the gear ratio does not influence the value of the available power at the back wheel shaft, only the back wheel rotative speed (implicitly the bicycle advancement speed) and the value of the driving torsion moment.

Also considering the relation (7), the relation (8) may be put under the form:

Consequently, the bicycle advancement speed may be expressed as a function of the power developed by the bicyclist and of the driving torsion moment, the latter depending on the torsion moment at the pedal shaft and of the chain gearing gear ratio:

Considering the relation (4), the relation (6) is written under the form:

and considering that $N_{ap} \leq (N_{ap})_{\max}$ the relation (10) is written under the form:

Under these conditions, it is justified for the range of speed likely of being achieved with a bicycle to be graphically represented and analyzed as a function of the driving torsion moment

bicicletei, cu luarea în considerare a puterii maxime disponibile dezvoltată de biciclist și a turației maxime cu care acesta poate antrena arborele pedaliar.

3. Discuție

În coordonate (M_{trs}, v_b) , relația (11) are ca reprezentare grafică o familie de drepte paralele cu ordonata, câte o dreaptă pentru fiecare valoare distinctă a raportului de transmitere $(i_T)_{ij}$.

În aceleași coordonate, relația (12) determină o familie de hiperbole, numărul acestora fiind de asemenea egal cu numărul rapoartelor de transmitere $(i_T)_{ij}$.

Se face observația că odată cu creșterea raportului de transmitere crește viteza de deplasare a bicicletei, dar scade momentul de torsiune antrenor transmis roții spate.

3.1. Domeniul de viteză la o bicicletă cu un singur raport de transmitere

Dacă transmisia bicicletei realizează doar un singur raport de transmitere, atunci domeniul de viteză caracteristic acesteia, figura 1, este determinat de inecuațiile:

$$\begin{cases} v_b \leq \pi \cdot i_T \cdot (n_{ap})_{\max} \cdot d_{rs} \\ v_b \leq \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{M_{trs}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}, \\ M_{trs} \leq (M_{trs})_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

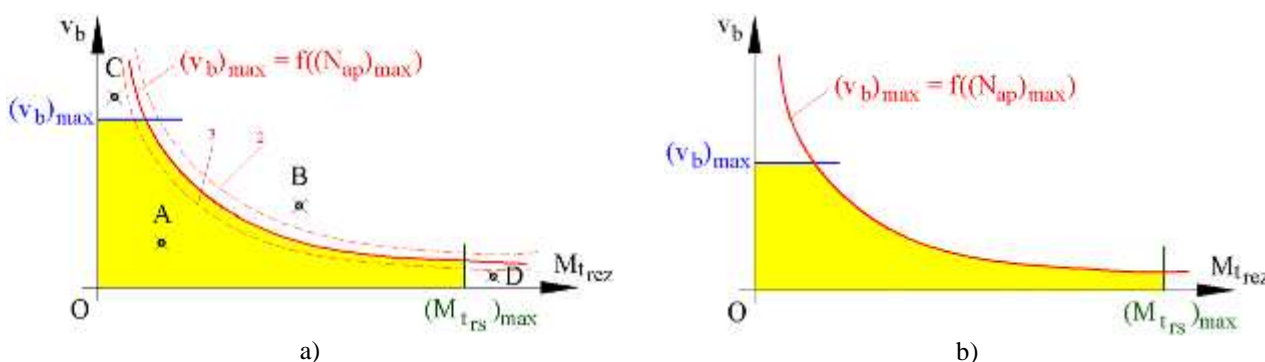


Figura 1. Domeniul de viteze la o bicicletă cu un singur raport de transmitere
Figure 1. Range of speed for a bicycle with a single gear ratio

În domeniul de viteză se află orice punct A care satisface simultan relațiile (13).

Orice punct B pentru care

$$(v_b)_B > \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{M_{trs}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}, \quad (14)$$

nu face parte din domeniul de viteză, chiar dacă sunt îndeplinite celelalte două condiții,

developed at the bicycle back wheel, considering the available maximal power developed by the bicyclist and the maximal rotative speed with whom this one may drive the pedal shaft.

3. Discussion

In coordinates (M_{trs}, v_b) , the relation (11) has as graphical representation a family of lines parallel with the ordinate, one line for every distinct value of the gear ratio $(i_T)_{ij}$.

In the same coordinates, the relation (12) determines a family of hyperbolae, their number being in their turn equal to the number of the gear ratios $(i_T)_{ij}$.

There may be noted that once with the rise of the gear ratio, the bicycle advancement speed rises, but the driving torsion moment transmitted to the back wheel diminishes.

3.1. Range of speed for a bicycle with a single gear ratio

If the gearing of the bicycle achieves only one gear ratio, then the range of speed characteristic for this one, figure 1, is determined by the inequations:

In the range of speed, there is any point A, which simultaneously satisfies the relations (13).

Any point B for which

is not part of the range of speed, even if there are fulfilled the other two conditions,

$$\begin{cases} (v_b)_B < \pi \cdot i_T \cdot (n_{ap})_{\max} \cdot d_{rs} \\ (M_{trs})_B < (M_{trs})_{\max} \end{cases}, \quad (15)$$

deoarece biciclistul nu poate dezvolta puterea necesară. as the bicyclist cannot develop the necessary power.

Similar, nu face parte din domeniul de viteză orice punct C cu abscisa Similarly, there is not part of the range of speed any point C with the abscissa

$$(v_b)_C > \pi \cdot i_T \cdot (n_{ap})_{\max} \cdot d_{rs}, \quad (16)$$

chiar dacă se află în relația even if it is in the relation

$$\begin{cases} (v_b)_C < \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max} \cdot d_{rs}}{M_{trs} \cdot 2} \\ (M_{trs})_C < (M_{trs})_{\max} \end{cases}, \quad (17)$$

deoarece biciclistul nu poate dezvolta turația necesară la arborele roții spate. as the bicyclist cannot develop the necessary rotative speed at the back wheel shaft.

În fine, nici orice punct D cu ordonata Finally, no point D with the ordinate

$$(M_{trs})_D > (M_{trs})_{\max}, \quad (18)$$

chiar dacă abscisa satisface simultan relațiile even if the abscissa in chorus satisfies the relations

$$\begin{cases} (v_b)_D < \pi \cdot i_T \cdot (n_{ap})_{\max} \cdot d_{rs} \\ (v_b)_D < \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max} \cdot d_{rs}}{M_{trs} \cdot 2} \end{cases}, \quad (19)$$

nu este cuprins în domeniul de viteză deoarece momentul de torsiune antrenor dezvoltat de biciclist este insuficient.

Dacă puterea maximă dezvoltată de biciclist este mai mare, atunci domeniul de viteză crește ca urmare a faptului că limita vitezei dependentă de putere, relația (12), crește pentru orice valoare a momentului de torsiune antrenor (curba 2 în figura 1a). Din același motiv, dacă puterea maximă dezvoltată de biciclist este mai mică, atunci domeniul de viteză se reduce (curba 3 în figura 1a).

Pe de altă parte, dacă se modifică raportul de transmitere, atunci domeniul de viteză se modifică. De exemplu, figura 1b, dacă raportul de transmitere scade, atunci momentul de torsiune antrenor maxim crește, relația (7), dar scade viteza maximă, atât cea dependentă de turația maximă a arborelui pedaliier, relația (6), cât și cea dependentă de putere, relația (12).

Trebuie făcută și observația că dacă se adoptă o valoare mai mare pentru diametrul d_{rs} al roții spate, atunci domeniul de viteză crește, viteza maximă limită fiind liniar dependentă de această mărime (relațiile (6) și (12)). Momentul de torsiune antrenor nu este dependent de diametrul roții spate.

is not comprised in the range of speed, as the driving torsion moment developed by the bicyclist is insufficient.

If the maximal power developed by the bicyclist is greater, then the range of speed rises following the fact that the power dependant speed limit, relation (12), rises for any value of the driving torsion moment (curve 2 in figure 1a). For the very same reason, if the maximal power developed by the bicyclist is smaller, then the range of speed diminishes (curve 3 in figure 1a).

On the other hand, if the gear ratio modifies, then the range of speed modifies. For instance, figure 1b, if the gear ratio diminishes, then the maximal driving moment of torsion rises, relation (7), but the maximal speed diminishes, both the one depending on the maximal rotative speed of the pedal shaft, relation (6), and the one depending on power, relation (12).

The observation must be made that if we adopt a greater value for the diameter d_{rs} of the back wheel, then the range of speed rises, the limit maximal speed being linearly dependent on this value (relations (6) and (12)). The driving torsion moment is not dependent on the back wheel diameter.

Personalizarea în raport cu performanțele biciclistului a transmisiei cu un singur raport se poate face fie prin valoarea raportului de transmitere, fie prin adoptarea adecvată a diametrului roților bicicletei, de interes fiind diametrul roții spate.

3.2. Domeniul de viteză la o bicicletă cu mai multe rapoarte de transmitere

Dacă transmisia bicicletei permite realizarea mai multor rapoarte de transmitere, atunci domeniul de viteză este dat de reuniunea domeniilor de viteză ce corespund fiecăruia dintre rapoartele de transmitere pe care transmisia bicicletei le poate realiza. În figura 2 este trasat un astfel de domeniu de viteze, luând în considerare condițiile ipotetice: $(n_{ap})_{max} = 5 \text{ rot/s}$, $(M_{tap})_{max} = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$, $(N_{ap})_{max} = 600 \text{ N}\cdot\text{m/s}$, $i_T \in \{1; 1,5; 2; 2,5; 3\}$, $\eta_T = 0,9$ și $d_{rs} = 0,8 \text{ m}$. Ordonarea în serie aritmetică a rapoartelor de transmitere nu se regăsește în practica transmisiilor cu lanț utilizate la biciclete.

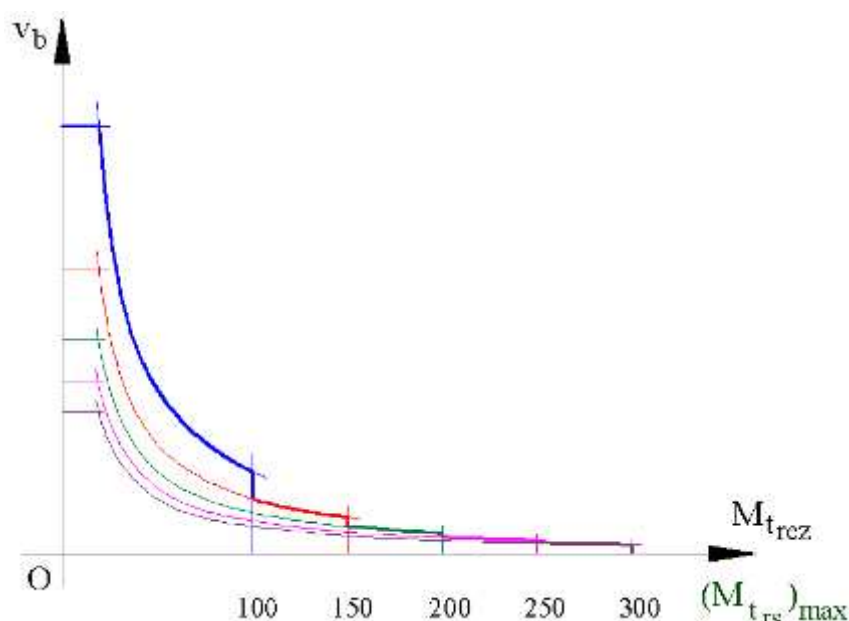


Figura 2. Domeniul de viteze la o bicicletă cu un singur raport de transmitere
Figure 2. Range of speed for a bicycle with a single gear ratio

Neglijând inerția bicicletei și considerând constantă turația la arborele pedaliar, odată cu schimbarea raportului de transmitere apare un salt brusc de viteză a bicicletei. În figura 2 aceste salturi apar explicit pentru fiecare dintre valorile maxime ale momentului de torsiune transmis la roata spate, biciclistul dezvoltând puterea maximă.

Personalizarea în raport cu performanțele biciclistului a transmisiei cu mai multe rapoarte de transmitere se poate face întotdeauna prin stabilirea adecvată a valorii acestora.

The personalization according to the bicyclist's performances of the gear with a single ratio may be done either through the value of the gear ratio, or through the adequate adoption of the bicycle wheel diameter, the diameter of the back wheel being of interest.

3.2. The range of speed for a bicycle with several gear ratios

If the bicycle gear allows achieving several gear ratios, then the range of speed is given by the reunion of the ranges of speed corresponding to every gear ratio that the bicycle gearing may achieve. In figure 2 such a range of speed is plotted out, considering the hypothetical conditions: $(n_{ap})_{max} = 5 \text{ rot/s}$, $(M_{tap})_{max} = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$, $(N_{ap})_{max} = 600 \text{ N}\cdot\text{m/s}$, $i_T \in \{1; 1,5; 2; 2,5; 3\}$, $\eta_T = 0,9$ and $d_{rs} = 0,8 \text{ m}$. The ordination in arithmetic series of the gear ratios is not to be found in the practice of the chain transmissions used for bicycles.

Neglecting the bicycle inertia and considering the rotative speed at the pedal shaft to be constant, once with the change of the gear ratio, a sudden shift of speed of the bicycle appears. In figure 2, these shifts explicitly appear for every maximal value of the torsion moment transmitted to back wheel, the bicyclist developing maximal power.

The personalization in relation to the bicyclist's performance, of the gearing with several gear ratios can always be done through adequately settling their value.

3.3. Ordonarea optimă a rapoartelor de transmitere

La o bicicletă a cărei transmisie cu lanț realizează rapoartele de transmitere i_{Tk} , $k \in \{1, 2, \dots; m\}$, $i_{Tk} < i_{T(k+1)}$, corespunzător trecerii la o valoare vecină a raportului de transmitere se pot defini, ca pentru orice transmisie cu reglare în trepte a turației sau a vitezei [1, 4]:

- pierderea maximă de viteză

$$\delta_{vk} = v_{b(k+1)} - v_{bk} = \frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{(M_{tap})_{\max}} \cdot \frac{d_{rs}}{2} (i_{T(k+1)} - i_{Tk}); \quad (20)$$

- pierderea maximă relativă de viteză

$$\Delta_{vk} = \frac{v_{b(k+1)} - v_{bk}}{v_{b(k+1)}} = 1 - \frac{v_{bk}}{v_{b(k+1)}} = 1 - \frac{\frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{i_{Tk} \cdot (M_{tap})_{\max}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}}{\frac{\eta_T \cdot (N_{ap})_{\max}}{i_{T(k+1)} \cdot (M_{tap})_{\max}} \cdot \frac{d_{rs}}{2}} = 1 - \frac{i_{T(k+1)}}{i_{Tk}}. \quad (21)$$

Pierderea maximă de viteză este sugestiv pusă în evidență în figura 3, care reprezintă un detaliu al figurii 2.

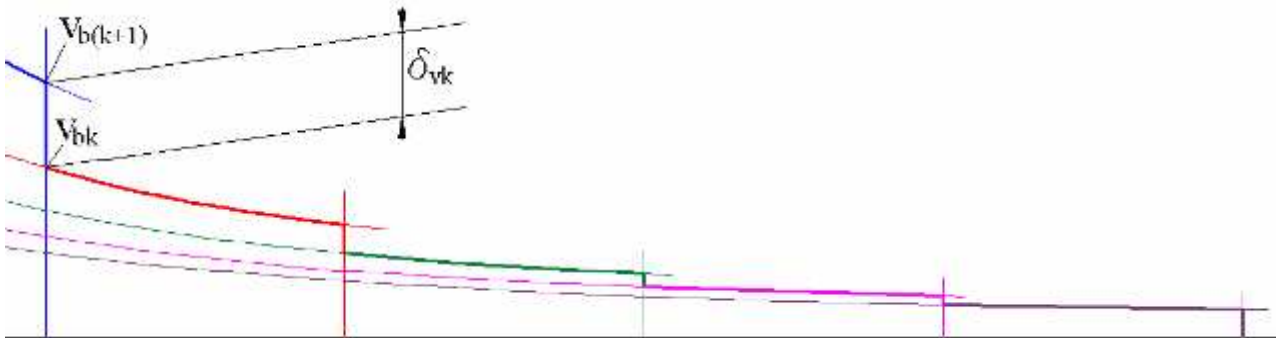


Figura 3. Variația în salturi a vitezei maxime la o bicicletă cu mai multe rapoarturi de transmitere
Figure 3. Variation in shifts of the maximal speed in a bicycle with several gear ratios

O transmisie cu reglare în trepte este optim concepută dacă pierderea relativă maximă de viteză este constantă. Conform relației (21) rezultă că rapoartele de transmitere trebuie ordonate în serie geometrică, cu o rație φ :

$$\Delta_{vk} = 1 - \frac{i_{T(k+1)}}{i_{Tk}} = ct. \Rightarrow \frac{i_{T(k+1)}}{i_{Tk}} = \varphi = ct. \Leftrightarrow i_{T(k+1)} = \varphi \cdot i_{Tk}. \quad (22)$$

Cu cât rația are o valoare mai mică, cu atât pierderea maximă relativă de viteză este mai mică. Pe de altă parte o valoare mică a rației determină un domeniu de reglare redus, echivalent cu un domeniu de viteze redus, sau necesită un număr crescut de rapoarte de transmitere pentru a acoperi un domeniu de reglare adecvat.

3.3. Optimal ordination of the gear ratios

For a bicycle whose chain gear realizes the gear ratios i_{Tk} , $k \in \{1, 2, \dots; m\}$, $i_{Tk} < i_{T(k+1)}$, corresponding to the passage to a close value of the gear ratio, there may be defined, as for any gearing with regulation in steps of the rotative speed or of the speed [1, 4]:

- the maximal loss of speed

- the relative maximal loss of speed

The maximal loss of speed is suggestively enhanced in figure 3, which represents a detail of figure 2.

A gear with regulation in steps is optimally conceived if the maximal relative loss of speed is constant. According to the relation (21), there ensues that the gear ratios have to be arranged in geometrical series, with a ratio φ :

The smaller the value of the ratio, the smaller the relative maximal loss of speed. On the other hand, a small value of the ratio determines a reduced range of regulation, equivalent to a reduced range of speed, or requires an increased number of gear ratios in order to cover an adequate range of regulation.

În practica transmisiilor cu lanț pentru biciclete este foarte ușoară ordonarea în serie geometrică a rapoartelor de transmitere dacă pe arborele pedalier este prevăzută o singură roată de lanț. Dacă pe arborele pedalier sunt două sau mai multe roți de lanț o asemenea ordonare este dificilă, dar posibilă.

Afirmația de mai sus se poate exemplifica cu o transmisie curent întâlnită. La aceasta $(z_{ap})_i \in \{28; 38; 48\}$, $(z_{rs})_j \in \{14; 16; 18; 21; 24; 28\}$, iar rapoartele de transmitere realizate sunt $(i_T)_{ij} \in \{1; 1,167; 1,333; 1,357; 1,555; 1,583; 1,714; 1,75; 1,809; 2; 2; 2,111; 2,286; 2,357; 2,667; 2,714; 3; 3,428\}$. Teoretic transmisia asigură $3 \times 6 = 18$ rapoarte distincte, dar se observă că șase grupe de câte două rapoarte au valori identice sau foarte apropiate. Pe de altă parte, rapoartele de transmitere formate de roata cu numărul de dinți $z_{ap} = 28$, și anume $\{1; 1,167; 1,333; 1,555; 1,75; 2\}$, sunt practic ordonate în serie geometrică cu rația $\phi = 2^{-5} \cong 1,149$.

Strict din punct de vedere al valorilor rapoartelor de transmitere și al ordonării acestora, superioară transmisiei prezentată anterior îi este cea la care $(z_{ap})_i \in \{21; 34; 53\}$ și $(z_{rs})_j \in \{14; 16; 17; 18; 19; 21\}$. Se asigură tot o mulțime de $3 \times 6 = 18$ rapoarte de transmitere distincte, $(i_T)_{ij} \in \{1; 1,08; 1,167; 1,26; 1,35; 1,5; 1,62; 1,79; 1,89; 2; 2,125; 2,43; 2,52; 2,79; 2,94; 3,12; 3,31; 3,78\}$, dar fără nici o suprapunere, ordonare bună a rapoartelor într-o serie geometrică cu rația $\phi = 1,08$ și un domeniu de reglare mai larg. Această soluție are doar dezavantajul unei diferențe relativ mari între numerele de dinți ale roților de pe arborele pedalier, ceea ce poate crea dificultăți la trecerea lanțului de pe o roată mică pe roata mare vecină.

Indiferent dacă dezavantajul menționat poate fi eliminat, la transmisiile cu lanț actuale, cu mai multe roți pe arborele pedalier, dezavantajul major rămâne cel al dificultății selectării strict omogene a rapoartelor de transmitere. Inclusiv din acest motiv sunt justificate cercetări pentru conceperea și realizarea unor transmisii cu turație autoreglabilă pentru a fi utilizate la biciclete.

4. Concluzii

La marea majoritate a bicicletelor moderne se utilizează transmisii cu lanț pentru a face legătura cinematică între arborele pedalier și arborele roții spate, roată motoare a bicicletei, și pentru a asigura acesteia o turație anume. Prin reglarea raportului de transmitere se reglează în fapt viteza de deplasare a bicicletei pentru a o adecva dorinței biciclistului, condițiilor de drum și puterii dezvoltată la arborele pedalier de către biciclist.

In the practice of the chain gears for bicycles, the ordination in geometric series of the gear ratios is very easy if a single chain wheel is provided on the pedal shaft. If two or several chain wheels are set up on the pedal shaft, such an ordination is difficult, but possible.

The statement above may be exemplified with a currently encountered gear. In this one, $(z_{ap})_i \in \{28; 38; 48\}$, $(z_{rs})_j \in \{14; 16; 18; 21; 24; 28\}$, and the realized gear ratios are $(i_T)_{ij} \in \{1; 1.167; 1.333; 1.357; 1.555; 1.583; 1.714; 1.75; 1.809; 2; 2; 2.111; 2.286; 2.357; 2.667; 2.714; 3; 3.428\}$. Theoretically, the gear ensures $3 \times 6 = 18$ distinct ratios, but six groups of two ratios have identical or very close values. On the other hand, the gear ratios formed by the wheel with $z_{ap} = 28$ number of teeth, which is $\{1; 1.167; 1.333; 1.555; 1.75; 2\}$, are practically arranged in geometrical series, with the ratio $\phi = 2^{-5} \cong 1.149$.

Strictly from the point of view of the gear ratio values and of their ordination, better than the previously presented gear is the one for which $(z_{ap})_i \in \{21; 34; 53\}$, $(z_{rs})_j \in \{14; 16; 17; 18; 19; 21\}$. There is also ensured a set of $3 \times 6 = 18$ distinct gear ratios, $(i_T)_{ij} \in \{1; 1.08; 1.167; 1.26; 1.35; 1.5; 1.62; 1.79; 1.89; 2; 2.125; 2.43; 2.52; 2.79; 2.94; 3.12; 3.31; 3.78\}$, however with no superposition, a good ordination of the ratios in a geometric series with the ratio $\phi = 1.08$ and a wider range of regulation. This solution only has the disadvantage of a relatively big difference among the number of teeth on the pedal shaft, which may create difficulties during the passage of the chain from a small wheel to the great wheel close-by.

Indifferently if the mentioned disadvantage may be eliminated, for the current chain gears, with several wheels on the pedal shaft, the major disadvantage remains the difficulty of the strictly homogeneous selection of the gear ratios. Inclusively for this reason, researches are justified for conceiving and realizing gears with self-regulating rotative speed to be used for bicycles.

4. Conclusions

For the great majority of modern bicycles, chain gears are used in order to make the cinematic connection between the pedal shaft and the back wheel shaft, which is the bicycle driving wheel, and so as to ensure a certain rotative speed. Through regulating the gear ratio, the bicycle advancement speed is in fact regulated, in order to make it adequate to the bicyclist's desire, the road conditions and the power developed at the pedal shaft by the bicyclist.

Diverșii bicicliști au obiective diferite: unii fac performanță, alții utilizează bicicleta pentru relaxare, alții pur și simplu se deplasează. Valoarea maximă a puterii pe care biciclistul este capabil sau este dispus să o dezvolte la arborele pedalier este diferită de la caz la caz. Din acest motiv se impune ca transmisiile bicicletelor să fie personalizate.

Variația raportului de transmitere nu influențează valoarea puterii disponibile la arborele roții spate, ci doar turația roții spate (implicit, viteza de deplasare a bicicletei) și valoarea momentului de torsiune antrenor. Este justificat ca domeniul de viteză capabil a fi realizat cu o bicicletă să fie analizat în funcție de momentul de torsiune antrenor dezvoltat la roata spate a bicicletei, cu luarea în considerare a puterii maxime disponibile dezvoltată de biciclist și a turației maxime cu care acesta poate antrena arborele pedalier.

Personalizarea în raport cu performanțele biciclistului a transmisiei cu un singur raport se poate face fie prin valoarea raportului de transmitere, fie prin adoptarea adecvată a diametrului roților bicicletei, de interes fiind diametrul roții spate. Personalizarea în raport cu performanțele biciclistului a transmisiei cu mai multe rapoarte de transmitere se poate face întotdeauna prin stabilirea adecvată a valorii acestora.

Pentru biciclete, transmisiile cu lanț sunt optim concepute dacă rapoartele de transmitere sunt ordonate în serie geometrică. În practica transmisiilor cu lanț pentru biciclete este foarte ușoară ordonarea în serie geometrică a rapoartelor de transmitere dacă pe arborele pedalier este prevăzută o singură roată de lanț. Dacă pe arborele pedalier sunt asamblate două sau mai multe roți de lanț o asemenea ordonare este dificilă, dar posibilă.

References

1. Botez, E.: *Mașini-unelte (Machine-tools)*. Vol. I, Editura Tehnică, București, 1977 (in Romanian)
2. Cioară, R., Sîrbu, O.: *A Movement and Strain Model of the Bicycle*. **RECENT**, vol. 11 (2010), no. 1(28), p. 11-22, ISSN 1582-0246, Brasov, Romania
3. Miloiu, Gh., Dudiță, Fl., Diaconescu, D.V.: *Transmisii mecanice moderne (Modern mechanical transmissions)*. Editura Tehnică, București, 1980 (in Romanian)
4. Moraru, V.: *Teoria și proiectarea mașinilor-unelte (Theory and design of machine-tools)*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1985 (in Romanian)
5. ***: <http://en.wikipedia.org>. Accessed: 2010-03-20

Lucrare primită în aprilie 2010

Received in April 2010