

OPTIMIZING THE MANUFACTURING EQUIPMENTS LOAD FACTOR

OPTIMIZAREA GRADULUI DE ÎNCĂRCARE AL UTILAJELOR DE FABRICAȚIE

Traian Alexandru BUDA, Magdalena BARBU, Gavrilă CALEFARIU

Transilvania University of Brasov, Romania

Abstract. This paper present a new approach for optimizing the loading level of the work centers in a manufacturing system or supply chain. The loading level problem is solved when the following information is available: how many parts can be produced at each resource and from each material, considering the given time span, the routing file with more alternatives and the product mix based on the customer orders. In this paper, optimization is based on the adoption of matrix calculus combined with linear programming simplex algorithm. The opportunity of such a model is that the classic MRP data structure is directly manipulated with the purpose of obtaining the loading level and the production capacity. The results are used in the rough-cut capacity planning, budgeting process, and customer order confirmation. In addition, the facile integration in MRP systems is a vital point. The model was created also to serve a large variety of manufacturing systems.

Keywords: loading level, alternative routings, MRP systems, capacity planning, Simplex

1. Introduction

The finite capacity planning is one of the most important topics in managing manufacturing systems and supply chains. To define the production capacity it can be said that it is the maximum output of a system that can be produced in a certain product mix, in a given time span and with the available resources. With other words, the production capacity illustrates how many units can be produced from each product in a given unit of time.

The subject cannot independently exist and therefore it appears in strong connection with several adjacent topics such production planning and control, master planning, scheduling, capacity investments, budgeting processes, market demand and fulfilment.

Adjacent keywords and concepts related to the topic are: capacity management, capacity planning, capacity requirements plan, capacity control, capacity available and capacity required.

The use of the production capacity appears in the long, mid and short term planning, investments and budgeting processes, make or buy decision and

Rezumat. Această lucrare propune o nouă abordare pentru optimizarea gradului de încărcare al utilajelor de fabricație în cadrul unui sistem de fabricație sau lanț de aprovizionare. Problema gradului de încărcare este rezolvată când următoarele informații sunt disponibile: câte piese pot fi produse la fiecare resursă și din fiecare produs finit, considerând intervalul de timp dat, traseele tehnologice alternative și mixul cererii de produse bazate pe comenzile clientului. În această lucrare, optimizarea se bazează pe adoptarea calculului matriceal combinat cu algoritmul de programare liniară simplex. Avantajul unui astfel de model este că structura clasică MRP este direct manipulată cu scopul de a obține gradul de încărcare și capacitatea de producție. Rezultatele sunt folosite în planificarea capacității de producție pe termen mediu și lung, în procesul de bugetare și în confirmarea comenzii către client. De asemenea, integrarea facilă în sistemele MRP este un punct esențial. Modelul a fost creat pentru a deservi o varietate cât mai mare de sisteme de fabricație.

Cuvinte cheie: grad de încărcare, traseu alternativ, sistem MRP, planificarea capacității, Simplex

1. Introducere

Planificarea finită a capacităților de producție este unul dintre cele mai importante subiecte în gestiunea sistemelor de fabricație. Definind capacitatea de producție, se poate spune că aceasta reprezintă cantitatea maximă ce poate fi produsă într-un anumit interval de timp, respectând un anumit mix al cererii și ținând cont de resursele disponibile. Cu alte cuvinte, capacitatea de producție arată cum pot fi produse mai multe unități de produs într-un interval de timp dat.

Acest concept nu poate exista în mod independent, el fiind mereu asociat cu planificarea și programarea producției, investiții în vederea extinderii capacității de producție și cererea existentă pe piață. Ca și domeniul, conceptul poate fi încadrat în Supply Chain Management, Ingineria Industrială și Managementul Operațiunilor.

Concepte adiacente planificării finite a capacităților sunt: managementul capacității, planificarea capacității, planul necesarului de capacitate, controlul capacității, oferta de capacitate și necesarul de capacitate.

Utilizarea conceptului de capacitate de producție apare în planificarea pe termen scurt, mediu și lung, procese de investiții și de bugetare,

customer orders. Hence the order to better manage this activity in the management of production systems [1].

Arnold, Chapman, and Clive (2008) divide the capacity concept in two categories: capacity available and capacity required. The capacity available is maximum volume of goods that can be produced in a given time span. The capacity required is the capacity of the system needed to produce a desired output in a given period [2].

Solving the production capacity determination means to determine the capacity required and available at resource and material level and to determine the loading level of every resource in order to monitor the bottleneck, considering the product mix and time constraints. In order to optimize the capacity utilization by increasing it, routing files with more alternatives should be considered.

As inputs to the problem, there are the classical data structures from any MRP system. In this paper are considered as inputs: the bill of materials, the routing file with more alternatives related technological cycle times, the structure of demand and the period considered or analysis. The outputs of the model are: the capacity available and the capacity required of finished product level and the loading level of each resource. Transforming the inputs in outputs is done by matrix calculus and by formulating a linear programming problem solved by the Simplex algorithm.

2. Literature review

The specialized literature offers, at a first look, a very good and complete theoretical image of the concept but which is mainly word-based presented.

Arnold, Chapman and Clive (2008) present the analysed concept in a tight correlation with the production planning subject in an MRP environment. Zandin (2001) proposes a similar approach. As was said, there are actually two important concepts: the capacity required and the capacity available. Depending on the time span there are different plans for the capacity such as the resource plan for the long term range, the rough-cut capacity plan for the medium range and the capacity requirements plan for the short range. As technical calculus, the approach is by using the classic MRP calculus and concepts [3].

Harris, Lewis and Cook (2002) who used the matrix formulation in order to completely describe

decizii de tip fac sau cumpăr și în comenzile clienților. De aici rezultă și scopul de a organiza cât mai bine această activitate de gestiune a sistemelor de producție [1].

Arnold, Chapman și Clive (2008) împart conceptul de capacitate în două categorii: capacitatea necesară și capacitatea disponibilă. Capacitatea de producție disponibilă este volumul maxim de bunuri ce poate fi produs într-o perioadă de timp dată. Capacitatea de producție necesară este capacitatea necesară producerii unui volum de bunuri dorit într-o perioadă de timp [2].

Problema capacității de producție presupune determinarea capacității de producție necesară și disponibilă la nivel de utilaj de fabricație și la nivel de produs finit și determinarea gradului de încărcare al utilajelor în vederea monitorizării locului îngust, considerând mixul cererii existent și constrângerile legate de timp. În vederea îmbunătățirii utilizării capacității de producție sunt considerate și traseele tehnologice alternative ale reperelor sistemului.

Ca și date de intrare sunt considerate structurile clasice de date folosite în orice sistem MRP. În această lucrare sunt considerate ca intrări: lista de materiale, variante alternative ale traseelor tehnologice cu timpii de ciclu aferenți, structura cererii și perioada de timp considerată pentru analiză. Ca și ieșiri ale modelului propus sunt: capacitatea de producție disponibilă și necesară la nivel de produs finit și gradul de încărcare la nivel de utilaj de fabricație. Transformarea intrărilor în ieșiri este realizată prin calcul matricial și prin formularea unei probleme de programare liniară rezolvabilă prin algoritmul Simplex.

2. Stadiul actual

Literatura de specialitate oferă, la o primă privire, o imagine teoretică completă a conceptului, dar este îndeosebi prezentată bazându-se pe expuneri teoretice.

Arnold, Chapman și Clive (2008) prezintă conceptul analizat în corelație strânsă cu subiectul planificării producției într-un mediu MRP. O abordare similară este propusă de Zandin (2001). Așa cum s-a mai spus, există de fapt două concepte importante: capacitatea de producție necesară și cea disponibilă. Depinzând de intervalul de timp există diferite abordări pentru capacitatea de producție precum planul strategic, planul operațional și cel tactic, precum și planificarea necesarelor de material pe termen scurt. Abordarea calculului tehnic se face utilizând calculul și conceptele MRP-ului clasic [3].

O abordare interesantă și originală este cea a lui Harris, Lewis și Cook (2002) care au folosit formula

the BOMs and use this information further for the calculus of the capacity, which is also expressed, as a matrix make an interesting and original approach [4].

There is a special category of approaches during linear programming. Billington, McClain and Thomas (1983) formulated a capacity-constrained MRP system as a mixed-integer program (MIP) [5]. The limitations of the proposed model are that there are not any lot size constraints and there is the same lead-time structure. Sum and Hill (1993) described a method that adjusts lot-sizes to minimize set-ups and determines the start and finish times of production orders while considering capacity constraints. The algorithm splits or combines production orders to minimize set-up and inventory cost [6]. Tardif and Spearman (1997) proposed a computationally fast procedure, which is labeled MRP-C. It starts with a production capacity aggregated formulation, which is then solved via a greedy heuristic algorithm. The resulting solution is then disaggregated via a second heuristic algorithm [7]. Nagendra and Das (2001) propose a model where the MRP progressive capacity analyzer (PCA) procedure, in which finite capacity planning and lot sizing are performed concurrently with the expansion of the list of materials (MRP BOM explosion process) [8].

Taal and Wortmann (1997) made a literature survey in the field of integrating MRP and the finite capacity planning [9].

Drift (1993) integrates a number of methods to solve capacity problems, which are detected after a MRP run. A number of heuristic algorithms are described and tested. A weakness of this approach is that it solves capacity problems after MRP run [10].

As a conclusion, we can say that there is no established method, which takes into account all capacity constraints, to solve the problems of planning.

3. Proposed model

The problem formulation proposed to be solved by the model is: being given “ m ” materials of which “ n ” materials are finished goods, which are processed over “ k ” resources, it is required to determine the capacity available and required at material level and to determine the loading level for each resource, by considering the given time span

matriceală cu scopul de a descrie listele de materiale și de a folosi informația mai departe pentru calculul capacității de producție, care este și el exprimat matriceal [4].

Există o categorie specială de modele care abordează domeniul utilizând tehnicile programării liniare. Billington, McClain și Thomas (1983) au formulat un model de planificare finită a capacității de producție folosind conceptul de mixed-integer program (MIP) [5]. Limitările modelului propus sunt acelea că nu există constrângeri privind dimensiunea lotului și că există aceeași durată de prelucrare a lotului. Sum și Hill (1993) au descris o metodă care ajustează dimensiunile lotului pentru a minimiza reglajele și care determină timpii de producție inițiali și finali considerând constrângerile capacității. Algoritmul divizează sau combină comenzile de producție pentru a minimiza reglajele și costul stocului [6]. Tardif și Spearman (1997) au propus o metodă de calcul rapidă denumită MRP-C. Problema este abordată cu o formulare agregată a capacității de producție, care este rezolvată utilizând algoritmi greedy. Folosind o a doua euristică, rezultatul obținut este apoi dezagregat [7]. Nagendra și Das (2001) propun o procedură MRP numită analiza progresivă a capacității în mediul (PCA), în care planificarea finită a capacității de producție și determinarea mărimii lotului de fabricație sunt realizate în paralel cu procesul de expansiune a listei de materiale (MRP BOM explosion process) [8].

Taal și Wortmann (1997) au realizat un studiu al stadiului actual în domeniul MRP și planificarea finită a capacității [9].

Drift (1993) a dezvoltat o serie de metode pentru rezolvarea problemelor de capacitate ce apar în urma rulării procesului MRP. Sunt prezentați și testați o serie de algoritmi. Una din limitările acestei abordări este că problemele sunt rezolvate după rularea procesului [10].

Ca o concluzie, se poate spune că nu există o metodă consacrată, care să țină seama de toate restricțiile de capacitate, în vederea rezolvării problemelor de planificare

3. Modelul propus

Formularea problemei propuse pentru rezolvare este: fiind date n produse finite care sunt prelucrate pe k utilaje de fabricație, se cere determinarea capacității de producție necesară și disponibilă la nivel de material, precum și determinarea gradului de încărcare al utilajelor de fabricație, ținând cont de structura dată a cererii și de perioada considerată

and product mix. The single stage BOM and the routing file with more alternatives are considered to be known.

To clarify the idea of alternative technological route, it has to be said that one product may be processed using different resources with different technical and economical performances. By processing every material on its optimal technological route, it does not mean that the entire manufacturing system is working optimally. In order to optimize the capacity utilization, more variants of the technological route are considered.

A holistic approach means to see the entire system as a whole without reducing it to the sum of its parts. This idea is the starting point in developing the current model. Transposing the concept for determining the production capacity, its calculation is intended for the entire system and not getting them in determining the capacity of the manufacturing equipment level.

Inputs

The novelty is that all the inputs are expressed using the matrix concept. As it can be seen, the inputs are the Routing Files, the available time and the order book information.

- $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ is the set of all the materials considered in the model;
- $U = \{U_1, U_2, \dots, U_k\}$ is the set of the resources considered to process the „ n ” materials;
- $(T_v)_{n \times k} = (t(v)_{ij})_{n \times k}$, where $t(v)_{ij}$ is the cycle time of material „ i ” on resource „ j ” considering the routing „ v ”;
- $Q_s = (d_{ij})_{1 \times m}$ where d_{ij} is the required quantity, in units, for material „ j ”;
- $C = (c_{1j})_{1 \times k}$ where c_{1j} is the available time for resource „ j ”;
- $q = \sum_{i=1}^k q_{1i}$ represents the sum of the total requirements, in units.

Step 1: Determining the available capacity using the Simplex algorithm.

First, will be explained more detailed the concept of a routing file with more alternatives. The basic idea is that a material can be processed by following a route, which is considered to be optimal under technical and economical considerations. However, there may also exist other routes, which are not necessarily optimal but not by far. When the production capacity has to be utilized at maximum then it makes sense to use also non-optimal routes but still useful for increasing the available capacity. Continuing the idea, it has to be determined for each material which quantity will be processed on each

de timp. Se consideră cunoscute traseele tehnologice optime și cele alternative.

Pentru a clarifica ideea de traseu tehnologic alternativ, trebuie spus că un produs poate fi prelucrat prin utilizarea resurselor diferite, cu diferite performanțe tehnice și economice. Prin prelucrarea oricărui reper pe traseul tehnologic optim, aceasta nu înseamnă că întregul sistem de producție este optim. Pentru a optimiza utilizarea capacităților, trebuie luate în considerare mai multe variante ale trasee tehnologice.

O abordare holistică presupune abordarea întregului fără reducerea sa doar ca sumă a părților sale componente. Această idee este caracteristica principală a modelului propus. Transpunând conceptul în cazul determinării capacității de producție, se dorește calculul acesteia pentru întreg sistemul și nu obținerea ei prin determinarea capacității la nivel de utilaj de fabricație.

Date de intrare

Noutatea este că toate intrările sunt exprimate folosind o transpunere la nivel de matrice. Intrările sunt traseele tehnologice, cererea de produse și timpul disponibil considerat, după modelul de mai jos.

- $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ mulțimea produselor finite;
- $U = \{U_1, U_2, \dots, U_k\}$ mulțimea utilajelor de fabricație;
- $(T_v)_{n \times k} = (t(v)_{ij})_{n \times k}$, unde $t(v)_{ij}$ este timpul de ciclu al materialului „ i ” la utilajul „ j ” considerând traseul tehnologic „ v ”;
- $Q_s = (d_{ij})_{1 \times m}$ unde d_{ij} este cantitatea necesară, în unități, pentru materialul „ j ”;
- $C = (c_{1j})_{1 \times k}$ unde c_{1j} este timpul disponibil pentru utilajul „ j ”;
- $q = \sum_{i=1}^k q_{1i}$ reprezintă cererea totală de produse, în unități.

Pasul 1: Determinarea capacității disponibile utilizând algoritmul Simplex.

Mai întâi, va fi explicat mai în detaliu conceptul de traseu tehnologic alternativ. Ideea de bază este că un reper este procesat urmărind un traseu tehnologic care este considerat a fi optim. Dar, în afara acestuia, mai pot exista și alte trasee tehnologice care nu sunt neapărat optime din punct de vedere tehnologic, dar nu sunt nici foarte departe de valoarea aceasta. Atunci când este nevoie de utilizarea la un nivel cât mai mare a capacității de producție, face sens utilizarea traseelor tehnologice care nu sunt optime. Continuând ideea, trebuie determinat la nivelul fiecărui reper ce cantitate va fi

route with the general purpose of reaching the maximum available capacity of the manufacturing system, considering the product mix and with respect to the considered time. This problem can be solved using linear programming techniques.

Next, will be considered for every material the quantity, which may be produced on each route. The capacity available for every material will be then the sum of the quantities per each route.

Let be considered the matrix Q with m lines and p columns. The lines represent the finished good materials and the columns represent the routing file alternative. An arbitrary element of the matrix q_{ij} represents the quantity, in units, which is processed from material i over the route j .

Next, it will be formulated the linear programming problem. The purpose of the algorithm is to determine and to maximize the available capacity. The objective function it will then be:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^p q_{ij} \quad (1)$$

To be noted that the sum from above is nothing else but the total available capacity of the system obtained by summing all elements of the matrix Q , which means the capacity for each material and each route.

The problem restrictions are the time constraint and the product mix that has to be achieved. Relation (2) has to be written separately for every resource. The number of equations is equal to the resources number. This relation states that no resource will be loaded more than the available capacity expressed in time units.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^p q_{ij} \times t(j)_{ik} \leq c_{1k} \quad (2)$$

The available time per resource can be split in brutto available time and netto available time. The brutto available time is equal with the considered period for which the available capacity is computed. When determining the capacity available over a period of 250 days, then the brutto available time period for each resource is 250 days. However, from the brutto value have to be considered following aspects like the number of shifts, the percentage of setup-time from the total amount of time and others. One way to measure and determine

prelucrată pe fiecare traseu tehnologic definit, cu scopul de a maximiza utilizarea capacității de producție, considerând mixul cererii și considerând perioada de timp dată. Această problemă poate fi rezolvată folosind tehnicile oferite de programarea liniară.

În continuare va fi considerată, pentru fiecare produs în parte, cantitatea care va fi produsă pe fiecare traseu tehnologic în parte. Capacitatea totală disponibilă la nivelul fiecărui produs este dată de însumarea cantităților parțiale stabilite pentru fiecare traseu tehnologic.

Fie matricea Q care conține m linii și p coloane. Liniile reprezintă reperele finite și coloanele reprezintă capacitatea disponibilă a traseului tehnologic. Un element oarecare q_{ij} al matricei Q reprezintă cantitatea, în unități, care este produsă din materialul i pe traseul j .

În continuare, va fi formulată problema de programare liniară. Obiectivul algoritmului este determinarea și maximizarea capacității disponibile. Funcția obiectiv a problemei este în relația:

De menționat că, suma de mai sus nu este altceva decât capacitatea disponibilă totală a sistemului, obținută prin însumarea capacității disponibile la nivel de material și la nivel de traseu tehnologic, mai exact prin însumarea tuturor elementelor matricei Q .

Condițiile problemei sunt constrângerile legate de timp și cele legate de structura cererii de produse care trebuie realizată. Relația (2) va fi scrisă separat pentru toate utilajele de fabricație. Numărul ecuațiilor este egal cu cel al numărului de resurse. Această relație condiționează faptul că nicio resursă nu va fi încărcată mai mult decât capacitatea disponibilă exprimată în unități de timp.

Timpul disponibil la nivel de resursă poate fi împărțit în timp disponibil brut și net. Fondul brut de timp disponibil este egal cu perioada considerată pentru care se determină capacitatea de producție. Spre exemplu când se determină capacitatea de producție pentru o perioadă de 250 de zile, fondul brut de timp va fi egal cu 250 de zile. Dar în calculul capacității trebuie ținut cont și de elemente ce influențează acest fond de timp, precum: numărul de schimburi lucrat, timpii alocați reglajelor și schimbărilor de reper. În vederea cuantificării

the netto available time may be using the Overall Equipment Effectiveness (OEE) indicator that can be applied to the brutto available time. Developing or presenting methods for netto available time calculus is out of the scope of this paper.

The next step is to consider the production mix. The relation (3) considers the ratio between the finished good products. As it can be seen, the base is considered the first material. All others are expressed based on it and therefore, in total, are $m-1$ relations:

$$\sum_{i=1}^p q_{jp} - \frac{d_{1j}}{d_{11}} \cdot \sum_{i=1}^p q_{1i} = 0. \quad (3)$$

At this point, the linear programming problem is completely defined and by using the Simplex algorithm then the resulting matrix \mathbf{Q} is obtained. Current computer programs, for numerical computation (such as Matlab), based on Simplex algorithm, is an easy way to solve linear programming problems. Therefore, in this paper, they are only inputs, and outputs linear programming model. In order to obtain the capacity available in units at material level all columns from matrix \mathbf{Q} are added forming matrix \mathbf{Q}_k of dimension m lines and one column.

$$\mathbf{Q}_k = k_{i1} = \sum_{j=1}^p q_{ij}. \quad (4)$$

Step 2: Determining the loading level

The loading level is nothing else than the ratio between the capacity required and the capacity available. There can be considered two types of the loading level, both of them with use in practice. The first loading level indicator is calculated considering the demand that has to be produced. The purpose of determining it is to see how the entire system is loaded and to see the potential bottlenecks. A second approach is based on the maximum quantity in units that the system can produce. In this case only the bottleneck will be charged 100%. The aim of this approach is to obtain an overview of charging workstations. The indicators are based relationships below. In the relations (5) and (6) are determined the required capacities and in the relation (7) is expressed the loading level.

$$\mathbf{Q}_s \cdot \mathbf{T} = \mathbf{T}_k; \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}_k^T \cdot \mathbf{T} = \mathbf{T}_k; \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_i = \frac{tk_{1i}}{c_{1i}}. \quad (7)$$

acestor timpuri se poate folosi indicatorul Overall Equipment Effectiveness (OEE), indicator ce conține elementele mai sus prezentate. Dezvoltarea sau prezentarea metodelor de calcul a fondului de timp net nu sunt un scop pentru această lucrare.

Următorul pas este considerarea mixului de producție. Relația (3) consideră raportul între cantitățile reperelor finite. După cum se poate observa, baza este considerată primul material. Toate celelalte cantități vor fi exprimate în funcție de aceasta. În total sunt $m-1$ relații:

În acest punct, problema de programare liniară este complet definită, iar prin utilizarea algoritmului Simplex se obține matricea rezultat \mathbf{Q} . Programele actuale de calculator, destinate calculului numeric (cum este Matlab), bazate pe algoritmul Simplex, reprezintă o cale ușoară de rezolvare a problemelor de programare liniară. De aceea, în aceasta lucrare, sunt prezentate doar intrările, modelul de programare liniară și ieșirile. Pentru a determina capacitatea disponibilă exprimată în unități la nivel de reper finit sunt adunate toate coloanele din cadrul matricei \mathbf{Q} , rezultând astfel matricea \mathbf{Q}_k , cu m linii și o coloană.

Pasul 2: Determinarea gradului de încărcare

Gradul de încărcare nu este nimic altceva decât raportul dintre necesarul de capacitate și oferta de capacitate. Pot fi considerate două abordări ale gradului de încărcare, ambele cu utilitate practică. Prima abordare presupune luarea în considerare a cererii ce trebuie să fie satisfăcută. Scopul este de a vedea modul în care întreg sistemul este încărcat și de a determina eventualele locuri înguste. O a doua abordare este bazată pe cantitatea maximă de unități de produs pe care sistemul o poate produce. În acest caz doar locul îngust va fi încărcat 100%. Scopul acestei abordări este de a obține o imagine generală asupra încărcării utilajelor. Indicatorii sunt obținuți folosind relațiile de mai jos. În relațiile (5) și (6) sunt exprimate capacitățile necesare, iar în relația (7) este exprimat gradul de încărcare.

3. Application

The requirement is to determine the available and required capacity, and the loading level for a manufacturing system that is manufacturing three products A_1 , A_2 , and A_3 , over a period of 250 working days.

The manufacturing system consists of eight different work centers. The routing file has two alternatives presented in Tables 1 and 2. The values represent the cycle time, in minutes per unit, of each material on each resource. When the value is 0 then the material does not require to be processed on that work center.

3. Aplicație

Se cere determinarea capacității disponibile și necesare și a gradului de încărcare pentru un sistem de producție care are un portofoliu de produse finite constând în produsele A_1 , A_2 și A_3 , pe o perioadă de 250 de zile.

Sistemul de producție este format din opt utilaje de fabricație diferite. Traseul tehnologic are două variante, prezentate în Tabelele 1 și 2. Valorile reprezintă timpii de ciclu, în minute pe unitate, ai fiecărui reper pe fiecare utilaj. Dacă o valoare este 0, înseamnă că reperul respectiv nu necesită prelucrare la utilajul respectiv.

Table 1. Matrix T_1
Tabelul 1. Matricea T_1

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
A1	41	46.6	18.4	17.9	8.7	15.6	8.6	8.3
A2	54.4	38	17.4	4.2	15.2	18.2	9.5	7.7
A3	41	47.4	18.8	19.2	30.6	7.3	7.8	8.1

Table 2. Matrix T_2
Tabelul 2. Matricea T_2

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
A1	41	46.6	18.4	17.9	0	24.6	8.6	8.3
A2	54.4	38	17.4	4.2	15.2	18.2	9.5	7.7
A3	41	47.4	18.8	19.2	12	27.3	7.8	8.1

As it can be observed, the difference between the alternatives is at the work centers 5 and 6, number 6 being more loaded in the second one.

The demand (matrix Q_s), presented in Table 3, is considered valid for the period of 250 days. In Table 4 is presented the netto available time for each resource (matrix C).

După cum se poate observa, diferențele între cele două alternative sunt la utilajele 5 și 6, utilajul 6 fiind mai încărcat în cea de-a doua variantă.

Cererea (matricea Q_s), prezentată în Tabelul 3, este valabilă pentru perioada considerată de 250 de zile. În Tabelul 4 este prezentat fondul de timp net, la nivel de utilaj (matricea C).

Table 3. Matrix Q_s , total demand [units]
Tabelul 3. Matricea Q_s , cererea de produse [unități]

A1	A2	A3	Σ
1 900	2 200	2 600	6 700

Table 4. Matrix C , netto available time [hours]
Tabelul 4. Matricea C , fondul de timp net [ore]

W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
360 000	360 000	120 000	120 000	120 000	120 000	120 000	120 000

Step 1: Determining the available capacity

Will first be considered the matrix Q , with 3 lines (3 materials) and 2 columns (2 alternatives for the technological routes), which contains the maximum quantities that can be produced on every alternative.

Second, will be defined the objective function of the linear programming problem, by using the relation (8):

Pasul 1: Determinarea capacității disponibile

Mai întâi, fie matricea Q cu 3 linii (3 produse finite) și 2 coloane (2 alternative pentru traseele tehnologice), care conține cantitățile maxime ce pot fi produse considerând cele două alternative.

Apoi, se definește în relația (8) funcția obiectiv a problemei de programare liniară:

$$\text{Max } q_{11} + q_{12} + q_{21} + q_{22} + q_{31} + q_{32} \cdot \quad (8)$$

In the next stage, the constraints will be written, according to the relation (2). This means that for every work center the loading cannot be more than the available capacity expressed in time units. All the conditions from (9) are obtained as a linear combination between the quantity and cycle time. The quantities are corresponding to the materials and to the routing file alternatives and the cycle times are corresponding to materials, routing file alternative and work center.

$$\begin{aligned}
 \text{W1: } & 41 \cdot q_{11} + 54.4 \cdot q_{21} + 41 \cdot q_{31} + 41 \cdot q_{12} + 54.4 \cdot q_{22} + 41 \cdot q_{32} \leq 360\,000 \\
 \text{W2: } & 46.6 \cdot q_{11} + 38 \cdot q_{21} + 47.4 \cdot q_{31} + 46.6 \cdot q_{12} + 38 \cdot q_{22} + 47.4 \cdot q_{32} \leq 360\,000 \\
 \text{W3: } & 18.4 \cdot q_{11} + 17.4 \cdot q_{21} + 18.8 \cdot q_{31} + 18.4 \cdot q_{12} + 17.4 \cdot q_{22} + 18.8 \cdot q_{32} \leq 120\,000 \\
 \text{W4: } & 17.9 \cdot q_{11} + 4.2 \cdot q_{21} + 19.2 \cdot q_{31} + 17.9 \cdot q_{12} + 4.2 \cdot q_{22} + 19.2 \cdot q_{32} \leq 120\,000 \\
 \text{W5: } & 8.7 \cdot q_{11} + 15.2 \cdot q_{21} + 30.6 \cdot q_{31} + 0 \cdot q_{12} + 15.2 \cdot q_{22} + 12 \cdot q_{32} \leq 120\,000 \\
 \text{W6: } & 15.6 \cdot q_{11} + 18.2 \cdot q_{21} + 7.3 \cdot q_{31} + 24.6 \cdot q_{12} + 18.2 \cdot q_{22} + 27.3 \cdot q_{32} \leq 120\,000 \\
 \text{W7: } & 8.6 \cdot q_{11} + 9.5 \cdot q_{21} + 7.8 \cdot q_{31} + 8.6 \cdot q_{12} + 9.5 \cdot q_{22} + 7.8 \cdot q_{32} \leq 120\,000 \\
 \text{W8: } & 8.3 \cdot q_{11} + 7.7 \cdot q_{21} + 8.1 \cdot q_{31} + 8.3 \cdot q_{12} + 7.7 \cdot q_{22} + 8.1 \cdot q_{32} \leq 120\,000
 \end{aligned} \tag{9}$$

The last sets of conditions (10) are needed in order to obtain the product mix. Therefore, the relation (3) will be used to obtain the ratio between the materials, based on the demand.

$$\begin{aligned}
 q_{21} + q_{22} - 1.16 \cdot q_{11} - 1.16 \cdot q_{12} &= 0 \\
 q_{31} + q_{32} - 1.37 \cdot q_{11} - 1.37 \cdot q_{12} &= 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

After writing the linear programming problem in a form that can be used as input for the Simplex algorithm, this will be used to obtain the output matrix **Q**, numerical results being presented below.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1867 & 0 \\ 2162 & 0 \\ 2163 & 392 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Afterwards the matrix \mathbf{Q}_k is determined with the relation (4):

$$\mathbf{Q}_k = \begin{pmatrix} 1867 \\ 2162 \\ 2555 \end{pmatrix} \tag{12}$$

A result for the total available capacity of the system is 6584 units.

Step 2: Determining the loading level

The last step in the analysis is to assess the loading level for each work center. This is obtained by dividing the required capacity by the available capacity, both of them expressed in time units. To obtain the loading level for each work center, when the whole system is loaded 100%, relations (4) and (7) are used. The results are presented in Table 5.

By dividing the total demand of 6700 units by the total capacity available of 6584 units, it is obtained the loading level of the system considering

În etapa următoare sunt prezentate constrângerile, scrise în acord cu relația (2). Aceasta înseamnă că pentru fiecare utilaj încărcarea exprimată în unități de timp nu poate fi mai mare decât fondul de timp net al utilajului. Toate condițiile din (9) sunt obținute ca și o combinație liniară între cantități și timpi de ciclu. Cantitățile corespund reperelor finite și alternativei traseului tehnologic, iar timpii de ciclu corespund materialelor, alternativei traseului tehnologic și utilajului.

Ultimul set de condiții este prezentat în (10) și are rolul de a obține mixul de producție. Condițiile se obțin folosind conceptul prezentat în relația (3).

După scrierea problemei într-o formă ce poate fi utilizată ca și intrare în algoritmul Simplex, acesta va fi folosit pentru determinarea matricei **Q**, rezultatele numerice fiind cele de mai jos.

Matricea \mathbf{Q}_k este determinată cu ajutorul relației (4):

În final rezultă capacitatea întregului sistem de 6584 unități.

Pasul 2: Determinarea gradului de încărcare

Ultimul pas al analizei este determinarea gradului de încărcare pentru fiecare utilaj. Acesta se obține prin împărțirea capacității necesare la cea disponibilă, ambele fiind exprimate în unități de timp. Pentru a obține gradul de încărcare atunci când locul îngust este încărcat 100% se folosesc relațiile (4) și (7). Rezultatul este reprezentat în Tabelul 5.

Prin împărțirea necesarului total de 6700 de unități la capacitatea totală de 6584 de unități se

the demands, 101.7%.

Interpreting the results of this case, it can be said that the analyzed manufacturing system has an available capacity of 6584 units and cannot meet the demand of 6700 units. The bottleneck of the system is at work centers number 3 and 5.

obține un grad de încărcare al sistemului de 101,7%.

Interpretând rezultatele, se poate spune că sistemul de producție analizat are o capacitate disponibilă de 6584 de unități și nu poate îndeplini necesarul de 6700 de unități. Locurile înguste ale sistemului de producție sunt la utilajele 3 și 5.

Table 5. Loading level (bottlenecks are loaded 100%)
Tabelul 5. Gradul de încărcare (locurile înguste sunt încărcate 100%)

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
Required capacity Capacitatea necesară	298 915	290 265	120 006	91 556	119 997	94 965	56 524	52 839
Available capacity Capacitatea disponibilă	360 000	360 000	120 000	120 000	120 000	120 000	120 000	120 000
Loading level Grad încărcare	83%	81%	100%	76%	100%	79%	47%	44%

4. Conclusions

This paper shows that when using more alternatives of the technological route, the capacity utilization and the loading level of the system are improved and also means that the available capacity is increased.

To proof this affirmation is presented an example based on data used in the application from the previous section. The basic idea is to present in parallel the capacity and the loading figures considering only the optimal alternative of the routing file and the same figures but considering the second alternative of the routing file also.

From the both alternatives presented in Tables 1 and 2 it is considered that alternative 1 is the optimal one. This fact can also be seen by assessing the sum of all cycle times in both cases. The first alternative has a smaller value then the second one, which means that it requires fewer resources to obtain the same volume.

To obtain the capacity and the loading level figures when having only one way of the routing file, the same steps will be performed as before but using $p = 1$.

In the Table 6 is presented comparatively the capacity available value in both cases. As a first comment, indeed, the capacity was increasing by using more alternatives with around 6%.

4. Concluzii

Prezenta lucrare arată că atunci când sunt folosite mai multe alternative pentru traseele tehnologice sunt îmbunătățite atât încărcarea generală, cât și capacitatea de producție disponibilă a sistemului.

Pentru a demonstra acest lucru este prezentat un exemplu bazat pe aplicația anterior prezentată. Ideea de bază este de a prezenta în paralel capacitatea și gradul de încărcare considerând doar o singură alternativă pentru traseul tehnologic, cea optimă, iar apoi considerând mai multe alternative.

Din cele două alternative prezentate în Tabelele 1 și 2 este considerată ca fiind optimă alternativa din primul tabel. Acest lucru poate fi de asemenea evaluat prin însumarea tuturor timpilor de ciclu în ambele cazuri. În cazul primei alternative valoarea obținută este mai mică, ceea ce înseamnă că are nevoie de mai puțin timp pentru a obține același volum de produse.

Pentru obținerea capacității și a gradului de încărcare când este considerată o singură alternativă, vor fi parcurși aceiași pași considerând $p = 1$.

În Tabelul 6 este prezentată comparativ capacitatea disponibilă obținută în cele două cazuri. Ca un prim comentariu, într-adevăr, capacitatea disponibilă a crescut prin folosirea mai multor alternative cu aproximativ 6%.

Table 6. Available capacity
Tabelul 6. Capacitatea disponibilă

	Alternative 1	Alternative 2	Difference
Available capacity Capacitatea disponibilă	6 207 units	6 584 units	+6%

Continuing the study and referring now at the

Continuând studiul și făcând referire acum la

loading level situation, both variants can be seen below in Table 7.

gradul de încărcare, ambele variante sunt prezentate comparativ în Tabelul 7.

Table 7. Loading level in both cases
Tabelul 7. Gradul de încărcare în cele două situații

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8
Loading level – without alternatives Grad încărcare – fără alternative	78%	76%	94%	72%	100%	68%	44%	42%
Loading level – with alternatives Grad încărcare – cu două alternative	83%	81%	100%	76%	100%	79%	47%	44%

The loading level, together with the available capacity, was increasing in the second case, when using more variants for the routing files. Also notable is the appearance in the second case of two bottlenecks.

Gradul de încărcare, împreună cu capacitatea disponibilă, au crescut în al doilea caz când sunt folosite mai multe variante pentru traseele tehnologice. De asemenea este de remarcat apariția a două locuri înguste simultan în cel de al doilea caz.

Acknowledgements

This paper is supported by the Sectorial Operational Programme Human Resources Development (SOP HRD), ID134378 financed from the European Social Fund and by the Romanian Government.

References

- Boian, N. (2010): *Economic performance of small and medium enterprises (SME)*. RECENT, ISSN 1582-0246, vol. 11, no. 3(30), p. 166-172
- Arnold, T.J.R., Chapman, S.N., Clive, L.M. (2008): *Introduction to Materials Management*. 6th ed., Pearson Prentice Hall, ISBN 978-0131376700
- Zandin, K.B. (2001): *Maynard's Industrial Engineering Handbook*. 5th ed., McGraw-Hill, ISBN 978-0070411029
- Harris, B., Lewis, F., Cook, D.J. (2002): *A matrix formulation for integrating assembly trees and manufacturing resource planning with capacity constraints*. Journal of Intelligent Manufacturing, ISSN 0956-5515, vol. 13, p. 239-252
- Billington, P.J., McClain, J.O., Thomas, L.J. (1983): *Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP Systems: Review, Formulation and Problem Reduction*. Management Science, ISSN 0025-1909, vol. 29, no. 10, p. 1126-1141, <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.29.10.1126>
- Sum, C.C., Hill, A.V. (1993): *A new framework for manufacturing planning and control systems*. Decision Sciences, ISSN 1540-5915, vol. 24, p. 739-760
- Tardif, V., Spearman, M.L. (1997): *Diagnostic scheduling in finite-capacity production environments*. Computers and Industrial Engineering, ISSN: 0360-8352, vol.32, no.4, p. 867-878, DOI: 10.1016/S0360-8352(97)00017-X
- Nagendra, P.B., Das, S.K. (2001): *Finite capacity scheduling method for MRP with lot-size restriction*. International Journal of Production Research, ISSN 0020-7543, vol. 39, p. 1603-1623
- Taal, M., Wortmann, J.C. (1997): *Integrating MRP and finite capacity planning*. Production Planning and Control, ISSN 0953-7287, vol. 8, p. 245-254
- Drift, J.H.M. (1993): *Architecture of a Factory Controller*. PhD Thesis, Technical University of Delft, The Netherlands

Received in October 2015

Lucrare primită în Octombrie 2015