

EVOLUȚIA FRAȚIEI DE SOLID LA SOLIDIFICAREA UNUI OȚEL CU 0,1 %C

EVOLUTION OF THE SOLID FRACTION AT THE SOLIDIFICATION OF A 0.1 %C STEEL

Daniela IONESCU, Maria STOICĂNESCU, Ioan CIOBANU, Aurel CRIȘAN

Transilvania University of Brasov, Romania

Rezumat. Pentru realizarea modelelor matematice și a softurilor destinate simulării solidificării pieselor turnate este necesar să se cunoască variația fracției de solid la solidificare. În cazul aliajelor care formează la solidificare soluție solidă, această dependență este redată cu precizie mare printr-o funcție de gradul 2. Funcția de grad 2 se determină pe baza diagramei de echilibru. În cazul când se urmărește obținerea de modele matematice simple, variația fracției de solid la solidificare, este aproximată printr-o funcție de grad 1. În acest caz variația fracției de solid la solidificare se determină în funcție de temperatura lichidus și solidus a aliajului. În lucrare este exemplificat modul de determinare a acestor dependențe în cazul oțelului cu 0,1 %C.

Cuvinte cheie: simularea solidificării, model matematic, oțel

1. Obiectivul lucrării

La modelarea matematică și simularea solidificării pieselor turnate din aliaje metalice necesită să se cunoască dependența fracției de solid a aliajelor în funcție de temperatură [6]. Aceasta dependentă este diferită pentru fiecare compoziție de aliaj. La realizarea softurilor pentru simularea solidificării pieselor turnate din oțel este necesar să se cunoască aceste relații pentru fiecare tip de oțel turnat în piese.

În lucrări anterioare [1, 2, 3] a fost analizată determinarea variației fracției de solid la solidificare, la mod general. S-a analizat modul cum variația fracției de solid la solidificare este influențată de tipul aliajului (eutectic, hipoeutectic, cu transformare peritectică). De asemenea, într-o lucrare anterioară s-a determinat această dependență în cazul unui oțel turnat nealiat, cu 0,533 %C [6]. Lucrarea de față are ca obiectiv stabilirea acestei dependențe pentru oțelul cu 0.1 %C. Acest tip de oțel este utilizat la turnarea pieselor destinate industriei chimice și electrotehnice.

2. Modelarea matematică a punctelor critice și a liniilor lichidus și solidus din diagrama de echilibru Fe – C

Pentru determinarea variației fracției de solid în funcție de temperatură în cazul oțelurilor nealiate, se utilizează diagrama de echilibru fier – carbon,

Abstract. To achieve mathematical models and software for solidification simulation casted pieces it is necessary to know the fraction of the solid variation at solidification. In the case of the alloys form solid solution by solidification, this dependence is expressed with a better precision by a quadratic function. The quadratic function is determined on the on the equilibrium diagram. If you pursue to obtain simple mathematical models, the fraction of the solid variation at solidification is approximated by a linear function. In this case, the fraction of the solid variation at solidification is determined according to the liquidus and solidus temperature of the alloy. This paper illustrates how to determine these dependences for the steels with 0.1% C

Key words: solidification simulation, mathematical model, steel

1. Paper objective

For the mathematical shaping and the solidification simulation pieces casted of metal alloys, it is necessary to know the alloys' fraction of the solid dependency on temperature [6]. This dependence is different for each alloy composition. When performing the softwares for the solidification simulation pieces casted of steel it is necessary to know that relationships for each, the steel type casted in pieces.

In previous papers [1, 2, 3] was analyzed how to generally determine the fraction of the solid variation at solidification. We analyzed how the fraction of the solid variation at solidification is influenced by the type of alloy (eutectic, hipoeutectic, with peritectic transformation). In a previous paper we also determined this dependence in case of an unalloyed casted steel with 0.533 %C [6]. This paper aims to determine that dependence for the steel with 0.1 %C. This type of steel is used in casting the pieces for chemical and electrotechnical industry.

2. Mathematical shaping of critical points and liquidus and solidus lines in Fe - C equilibrium diagram

To determine the fraction of the solid variation according to temperature for unalloyed steels, it is used the iron – carbon equilibrium diagram (figure

figura 1. În tabelul 1 sunt date coordonatele punctelor critice din această diagramă după diverși autori (C', E', F', S' sunt notațiile pentru diagrama fier grafit) [4]. În cadrul acestei lucrări se vor utiliza valorile furnizate de Metals Handbook.

1). In table 1 are given the critical points' coordinates from this diagram by various authors (C', E', F', S' are notations for the iron-graphite diagram) [4]. In this paper be used the values provided by Metals Handbook.

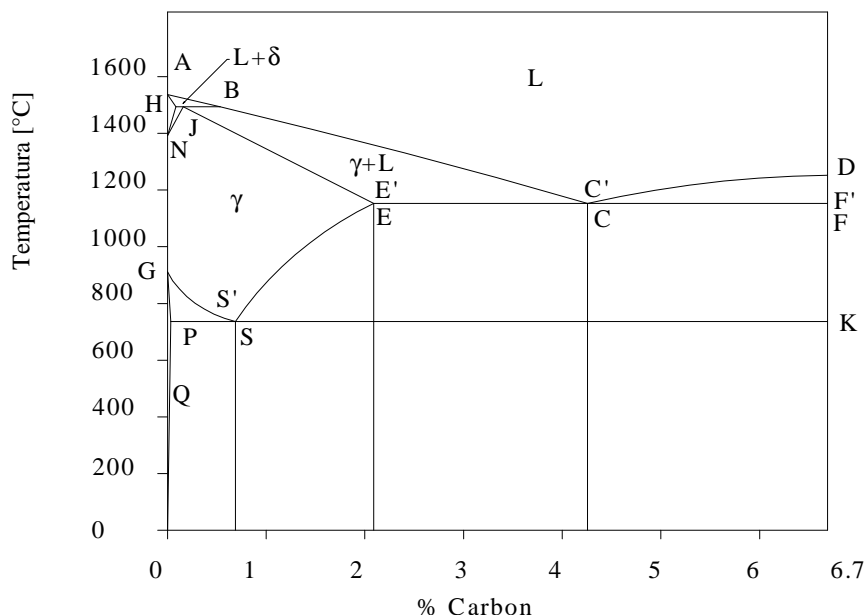


Figura 1. Diagrama de echilibru Fe-C (Fe-Fe₃C)
Figure 1. Fe-C equilibrium diagram (Fe-Fe₃C)

Tabelul 1. Punctele critice din diagrama de echilibru fier – carbon [4].
Table 1. Critical points of iron - carbon equilibrium diagram [4].

| Critical point | Temperature, in °C | | | | Carbon content, in % | | | |
|----------------|--------------------|--------------|------------------------|---------------------------|----------------------|--------------|------------------------|---------------------------|
| | Hansen (1958) | STAS 2500-66 | Metals Handbook (1973) | Giesserei Kalender (1986) | Hansen (1958) | STAS 2500-66 | Metals Handbook (1973) | Giesserei Kalender (1986) |
| A | 1534 | 1536 | 1538 | 1536 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1493 | 1493 | 1495 | 1493 | 0.51 | 0.5 | 0.5 | 0,533 |
| C | 1147 | 1147 | 1148 | 1147 | 4.3 | 4.3 | 4.3 | 4302 |
| C' | 1153 | 1153 | 1154 | 1153 | 4.25 | - | 4.26 | 4.256 |
| D | - | - | - | 1252 | 6.67 | 6.67 | 6.67 | 6.689 |
| E | 1147 | 1147 | 1148 | 1147 | 2.06 | 2.04 | 2.11 | 2.14 |
| E' | 1153 | 1153 | 1154 | 1153 | 2.03 | - | 2.08 | 2.089 |
| F | 1147 | 1147 | 1148 | 1147 | 6.67 | 6.67 | 6.67 | 6.689 |
| G | 910 | 911 | 912 | 912 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| H | 1493 | 1493 | 1495 | 1493 | 0.1 | 0.1 | 0.10 | 0.086 |
| J | 1493 | 1493 | 1495 | 1493 | 0.16 | - | 0.16 | 0.16 |
| K | 723 | 723 | 727 | 727 | 6.67 | 6.67 | 6.67 | 6.689 |
| L | 500 | 400 | 400 | 400 | 6.67 | 6.67 | 6.67 | - |
| M | 768 | 769 | 770 | 770 | - | - | - | - |
| N | 1390 | 1392 | 1394 | 1394 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| O | 768 | 769 | 770 | 770 | - | - | - | - |
| P | 723 | 723 | 727 | 727 | 0.02 | - | 0.0218 | 0.034 |
| Q | 500 | 400 | 400 | 400 | 0,006 | - | 0,002 | - |
| S | 723 | 723 | 727 | 727 | 0,8 | 0,8 | 0,77 | 0,758 |
| S' | 738 | 738 | 738 | 738 | 0,69 | - | 0,68 | 0,688 |

Coordonatele principalelor puncte critice din diagrama de echilibru Fe – C se pot calcula în funcție de compoziția chimică. Concentrația C_E în carbon a punctului E din diagrama de echilibru este dată, în %, de relația [5]:

$$C_E = C + 0.3(\text{Si} + \text{P}) + 0.4\text{S} + 0.22\text{Al} + 0.115\text{Sb} + 0.11\text{Sn} + 0.074\text{Cu} + 0.053\text{Ni} - 0.027\text{Mn} - 0.015\text{Mo} - 0.063\text{Cr} - 0.135\text{V}. \quad (1)$$

Simbolurile reprezintă conținutul elementelor respective, în %.

Temperaturile de transformare eutectică și eutectoidă în sistemul stabil (T_C și T_S) și în sistemul metastabil (T_C și T_S) se pot calcula de asemenea în funcție de conținutul de elemente de aliere prin relațiile [5] (în °C):

$$T'_C = T_{C \text{ stab}} = 1153 + 7.5\text{Si} - 30\text{P} - 2\text{Cr}, \quad (2)$$

$$T_C = T_{C \text{ met}} = 1145 - 10\text{Si} - 30\text{P} + 30\text{Cr}, \quad (3)$$

$$T'_S = T_{S \text{ stab}} = 738 + 35\text{Si} + 200\text{P} + 8\text{Cr} - 20\text{Ni} - 35(\text{Mn} - 1.7\text{S}) - 10\text{Cu}, \quad (4)$$

$$T_S = T_{S \text{ met}} = 723 + 25\text{Si} + 200\text{P} + 8\text{Cr} - 30\text{Ni} - 35(\text{Mn} - 1.7\text{S}) - 10\text{Cu}. \quad (5)$$

Temperatura de început de solidificare a aliajelor fier – carbon este dată de linia ABC'D' (linia lichidus). Temperatura sfârșitului de solidificare este dată de linia AHJE'CF' (linia solidus). Pentru modelarea matematică a solidificării în vederea simulării întregii game de aliaje fier – carbon este necesar ca temperatura corespunzătoare acestor curbe să se exprime prin relații matematice. Cea mai simplă aproximare a ecuației acestor curbe este prin funcții de gradul unu. Aceasta conduce la modele matematice mai simple ale procesului de solidificare și la scheme de rezolvare și softuri mai simple. Pentru modelarea matematică a solidificării oțelului cu 0.1 %C sunt necesare ecuațiile curbelor lichidus (AB) și solidus AH [2, 3].

Ecuația curbei AB, curba lichidus pentru aliaje Fe – C (oțeluri turnate nealiate), cu conținut de carbon între 0 ÷ 0,5 %C este:

$$T_{\text{lichidus}} = T_{AB} = \frac{T_B - T_A}{C_B - C_A} \cdot (C - C_A) + T_A, \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (6)$$

Curba AH, solidus pentru aliaje Fe – C cu 0 ÷ 0,1 %C, are ecuația:

$$T_{\text{solidus}} = T_{AH} = \frac{T_H - T_A}{C_H - C_A} \cdot (C - C_A) + T_A, \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (7)$$

În aceste relații C reprezintă conținutul de carbon în procente, T_A , T_B , T_H reprezintă temperaturile punctelor critice din diagrama fier – carbon, iar C_A , C_B , C_H – conținuturile de carbon (în %) corespunzătoare punctelor critice respective. În tabelul 2 sunt date ecuațiile numerice obținute pentru aceste curbe pe baza valorilor din tabelul 1.

The coordinates of the main critical points in the Fe-C equilibrium diagram can be calculated according to the chemical composition. C_E – the carbon concentration of point E in the equilibrium diagram) is given by [5]:

The symbols represent those elements' content in %.

The temperature of eutectic and eutectoid transformation in the stable system (T_C and T_S) and in the metastable system (T_C and T_S) can also be calculated according to the alloying elements content through the relations [5] (in °C):

The first temperature of iron- carbon alloys' solidification is given by the ABC'D' line (the liquidus line). The final temperature of solidification is given by the AHJE'CF' line (the solidus line). For the mathematical shaping of solidification in order to simulate the full range of iron- carbon alloys, it is necessary that the temperature corresponding to these curves to be expressed through mathematical relationships. The simplest approximation of these curves' equation is by linear functions. This leads to more simple mathematical models of the solidification process and settlement schemes and more simple softwares. For the mathematical shaping of the steel with 0.1 %C solidification, the liquidus(AB) and solidus AH [2, 3] curves' equations are necessary.

The AB curve equation, the liquidus curve for Fe - C alloys (casted unalloyed steels), with a carbon content between 0 ÷ 0.5 %C is:

The AH solidus curve, for Fe – C alloys with 0 ÷ 0.1 %C, has the equation:

In these relations C represents the carbon content in percent, T_A , T_B , T_H represent the critical points temperature in the iron - carbon diagram, and C_A , C_B , C_H – the carbon contents (in %) corresponding to that critical points. In table 2 are given the numerical equations for these curves obtained on the values in table 1.

Tabelul 2. Ecuatiile temperaturilor lichidus și solidus a aliajelor fier carbon
Table 2. Liquidus and solidus temperatures' equations of iron carbon alloys

| No. | Line's type | Line's symbol | The validity domain | Ecuation | Relation no. |
|------|-------------|---------------|---------------------|-------------------------------------|--------------|
| u.m. | - | - | %C | T in [⁰ C] and C in [%] | - |
| 1 | Lichidus | AB | 0 ÷ 0.5 | $T_{AB} = -86C + 1538$ | (8) |
| 2 | Solidus | AH | 0 ÷ 0.1 | $T_{AH} = -430C + 1538$ | (9) |

3. Determinarea variației fracției de solid cu temperatura la solidificarea oțelului cu 0,1 %C cu ajutorul diagramei Fe – C

Oțelul nealiat cu 0,1 %C corespunde concentrației punctului H din diagrama de echilibru Fe – C. Temperatura solidus a acestui oțel este $T_S = T_H = 1495$ °C (tabelul 1). Temperatura lichidus se calculează din relația 8 (tabelul 2). Înlocuind în această relație valoarea conținutului procentual de carbon $C = 0,1\%$ se obține $T_L = 1529,4$ °C. Dependența fracției de solid cu temperatura la solidificarea acestui oțel se obține aplicând legea segmentelor inverse (legea pârghiei) la diverse temperaturi în intervalul de solidificare. Se utilizează schema și notațiile din figura 3. Orizontala dusă la o temperatură T în intervalul de solidificare intersectează linia solidus (AH) în punctul X, iar linia lichidus (AB) în punctul Y. Conform acestei legi, la temperatura T masa de solid (m_S) și masa de lichid (m_L) verifică relația:

$$m_L \cdot OY = m_S \cdot OX \quad (10)$$

OY și OX reprezintă lungimea segmentelor respective, măsurate pe diagramă.

Înlocuind $m_L = m - m_S$ și notând cu ξ fracția de solid la o temperatura T, se obține în final relația:

$$\xi = \frac{m_S}{m} = \frac{OY}{XY} = \frac{C_Y - C_O}{C_Y - C_X} \quad (11)$$

unde C_O, C_X, C_Y reprezintă conținutul de carbon care corespunde punctelor respective (O, X, Y).

Pentru determinarea grafică și analitică (prin regresie matematică) a dependenței fracției de solid, de temperatură, s-a calculat fracția de solid la mai multe temperaturi T, din intervalul de solidificare ($T_L \div T_S$). S-a utilizat relația (11). S-a determinat fracția de solid la temperaturile $T_1 = T_L = T_B = 1529,4$ °C, $T_2 = 1525$ °C, $T_3 = 1520$ °C, $T_4 = 1515$ °C, $T_5 = 1510$ °C, $T_6 = 1505$ °C, $T_7 = 1500$ °C și $T_8 = T_S = 1495$ °C. Valorile mărimilor utilizate în calcule și rezultatele obținute (fracția de solid calculată ξ) sunt date în tabelul 3.

3. The determination of fraction of the solid variation with the temperature at steel with 0.1% C solidification by using diagram using Fe - C

The unalloyed steel with 0.1 %C corresponds to the H point concentration in the Fe – C equilibrium diagram. The solidus temperature of the steel is $T_S = T_H = 1495$ °C (table 1). The liquidus temperature is calculated from relation 8 (table 2). Substituting in this relationship the value of the percentage content of the $C = 0.1$ % carbon, are obtain $T_L = 1529.4$ °C. The fraction of the solid dependency on temperature at this steel's solidification is obtained by applying the inverse segments rule (the leverage rule) at different temperatures in the solidification interval. Are used the scheme and notations from figure 3. The horizontal mapped at a temperature T in the solidification interval, intersects the solidus line (AH) in the point X, and liquidus line (AB) in point Y. Under this rule, at the temperature T, the solid mass (m_S) and the liquid mass (m_L) verify the relation:

OY and OX represent the length of those segments, measured on the diagram.

Replacing $m_L = m - m_S$ and noting with ξ the fraction of the solid at a temperature T, in the end we obtain the equation:

where C_O, C_X, C_Y represent the carbon content which corresponds to that points (O, X, Y).

For the graphical and analytical determination (by mathematical regression) of the fraction of the solid dependence on temperature, the fraction of the solid was calculated at several temperatures T in the solidification interval ($T_L \div T_S$). Are used the relation (11). The fraction of the solid was determined at temperatures $T_1 = T_L = T_B = 1529,4$ °C, $T_2 = 1525$ °C, $T_3 = 1520$ °C, $T_4 = 1515$ °C, $T_5 = 1510$ °C, $T_6 = 1505$ °C, $T_7 = 1500$ °C and $T_8 = T_S = 1495$ °C. The values used in the calculations and the obtained results (the calculated fraction of the solid ξ) are given in table 3.

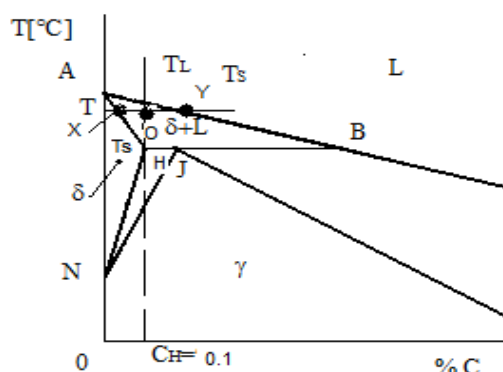


Figura 2 Schema pentru determinarea variației fracției solidificate la solidificarea oțelului cu 0,1 %C
 Figure 2. Scheme for determining the solidified fraction variation at the 0.1 %C steel's solidification

Tabelul 3. Frația de solid calculată în funcție de temperatură
 Table 3. The calculated fraction of the solid according to temperature

| No. | Temperature | Carbon content | | | Fraction of the solid |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|
| | | C _O | C _X | C _Y | |
| Symbol | T | C _O | C _X | C _Y | ξ |
| Measurement unit | ⁰ C | % | % | % | - |
| 1 | 1529.4 | 0.1 | 0.02 | 0.1 | 0 |
| 2 | 1525 | 0.1 | 0.0302 | 0.1512 | 0.4231 |
| 3 | 1520 | 0.1 | 0.0419 | 0.2093 | 0.6529 |
| 4 | 1515 | 0.1 | 0.0535 | 0.2574 | 0.7719 |
| 5 | 1510 | 0.1 | 0.0651 | 0.3256 | 0.8660 |
| 6 | 1505 | 0.1 | 0.0767 | 0.3837 | 0.9241 |
| 7 | 1500 | 0.1 | 0.0884 | 0.4419 | 0.9672 |
| 8 | 1495 | 0.1 | 0.1 | 0.5 | 1 |

Valorile C_X și C_Y sunt calculate în funcție de temperatură pe baza relațiilor (8) și (9) (tabelul 2). Relațiile de calcul adaptate la notațiile din tabelul 3 sunt următoarele:

$$C_Y = (1538 - T)/86; \quad (12)$$

$$C_X = (1538 - T)/430. \quad (13)$$

Pe baza rezultatelor obținute (valorile calculate ale fracției de solid din tabelul 3) s-a determinat prin regresie matematică funcția polinomială de grad 2, care exprimă fracția solidificată în funcție de temperatură pentru oțelul cu 0,1 %C. Aceasta este:

$$\xi = a + b \cdot T + c \cdot T^2 = -1847.838 + 2.4728531 \cdot T - 826.87315 \cdot 10^{-6} \cdot T^2. \quad (14)$$

Abaterea medie pătratică a aproximației este 0,000162. Deoarece T are valori de ordin 10³, iar T² are valori de ordinul 10⁶, pentru a calcula ξ cu precizie de 0,01 este necesar ca "c", coeficientul lui T², să aibă cel puțin 9 zecimale, iar "b", coeficientul lui T, să aibă minim 5 zecimale.

Graficul polinomului de grad 2, determinat prin regresie, care aproximează dependența fracției de solid în funcție de temperatură, este arătat în figura 3.

C_X and C_Y values are calculated according to the temperature on relations (8) and (9) (table 2). The calculation relationships adapted to the notation of table 3 are the followings:

Based on the obtained results (the calculated values of the fraction of the solid from table 3) was calculated by mathematical regression the second-degree polynomial function that expresses the solidified fraction according to the temperature for the steel with 0.1% C. This is:

The mean square deviation of the approximation is 0.000162. T has values of order 10³ and T² of order 10⁶. Hence, calculation of ξ with a precision of 0.1, requires "c", the coefficient of T² to have at least 9 decimal places, and "b", the coefficient of T at least 5 decimal places.

The second-degree polynomial's graph, determined by regression, which approximates the fraction of the solid dependency on temperature, is shown in figure 3.

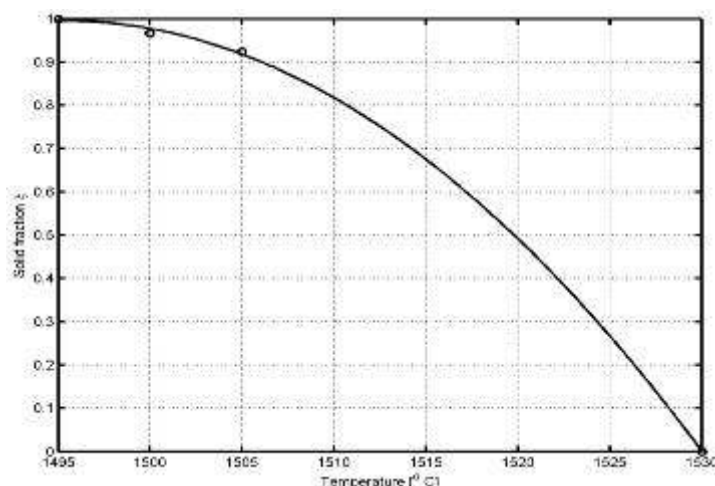


Figura 3. Reprezentarea grafică a funcției de grad 2 (determinată prin regresie) care exprimă variația fracției de solid (ξ) în funcție de temperatură pentru oțelul cu 0,1 %C

Figure 3. The graphical representation of the quadratic function (determined by regression) which expresses the fraction of the solid variation (ξ) on temperature for the steel with 0.1 %C

4. Determinarea variației fracției de solid la solidificarea oțelului cu 0,1 %C, prin aproximare liniară

Modelele matematice destinate simulării solidificării pieselor turnate utilizează de obicei o aproximare liniară a dependenței fracției de solid de temperatură. Aceasta se justifică prin curbura relativ mică a graficului din figura 3. Aproximarea prin polinom de grad 1 are două avantaje:

- conduce la softuri mai simple, care asigură o durată mai mică a simulării proceselor de solidificare.
- nu necesită utilizarea diagramei de echilibru (diagramă care în cazul oțelurilor aliate nu este totdeauna disponibilă).

În acest caz variația fracției de solid la solidificare se aproximează prin funcții liniare care trec prin punctele de coordonate ($T = T_S = 1495$ °C, $\xi = 1$) și ($T = T_L = 1529,4$ °C, $\xi = 0$). Ecuația acestei funcții este dată de relația generală [3]:

$$\xi = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \quad (15)$$

unde T_L , T_S și T reprezintă temperatura lichidus, temperatura solidus și respectiv temperatura momentană din intervalul de solidificare.

Se observă că în acest caz este suficient să se cunoască numai temperaturile lichidus și solidus ale aliajului.

Înlocuind valorile acestor temperaturi, pentru

4. The determination of the fraction of the solid variation at the solidification of 0.1 %C steel, by linear approximation

The mathematical models for solidification simulation casted pieces usually use a linear approximation of the fraction of the solid dependency on temperature. This is justified by the relatively small curvature of the graph in figure 3. The approximation by a first-degree polynomial has two advantages:

- leads to more simple softwares that provide a shorter duration of the solidification simulation processes.
- does not require the using of the equilibrium diagram (diagram which for the alloyed steels is not always available).

In this case the fraction of the solid variation at solidification is approximated by linear functions which come through the points of coordinates ($T = T_S = 1495$ °C, $\xi = 1$) and ($T = T_L = 1529.4$ °C, $\xi = 0$). The equation of this function is given by the general relationship [3]:

where T_L , T_S și T represent the liquidus temperature, the solidus temperature and respectively the momentary temperature in the solidification interval.

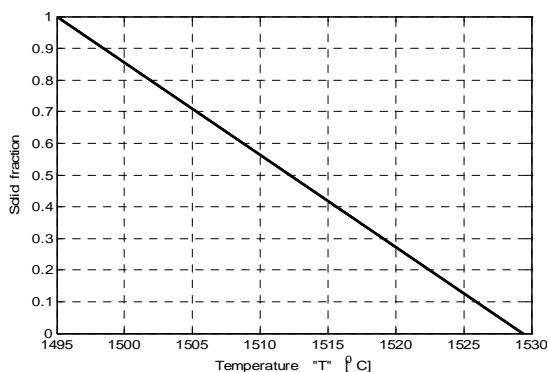
It is noted that in this case it is sufficient to know only the liquidus and solidus temperatures of the alloy.

Substituting the values of these temperatures

oțelul cu 0,1 %C, se obține relația:

$$\xi = \frac{1529.4 - T}{1529.4 - 1495} = \frac{1529.4 - T}{34.4} = 44.459302 - 0.0290697 \cdot T. \quad (16)$$

În figura 4 este reprezentată grafic această funcție.



for the steel with 0.1% C, was obtained the relation:

In figure 4 this function is graphically represented.

Figura 4. Reprezentarea grafică a funcției de grad 1, care aproximează variația fracției de solid în funcție de temperatură pentru oțelul cu 0,1 %C

Figure 4. The graphical representation of the linear function, which approximates the fraction of the solid variation according to temperature for the steel with 0.1 %C

5. Concluzii

Rezultatele conduc la următoarele concluzii:

- Modul de lucru utilizat, pentru determinarea dependenței a fracției de solid cu temperatura la solidificarea oțelului cu 0.1 %C este aplicabil și pentru alte compoziții de oțeluri nealiate care la solidificare formează soluție solidă;
- Aproximarea variației fracției de solid prin funcții polinomiale de grad 2 conduce la modele matematice precise a solidificării pieselor turnate, dar conduce la rezolvări greoaie și la softuri mai complexe;
- Aproximarea variației fracției de solid cu temperatura prin funcții liniare se bazează numai pe cunoașterea temperaturilor solidus și liquidus ale oțelului (nu necesită cunoașterea diagramei de echilibru și a ecuațiilor liniilor din diagrama de echilibru).

5. Conclusions

The results lead to the following conclusions.

- The procedure used to determine the dependence of the fraction of the solid with temperature at the solidification of the steel with 0.1% C is applicable also to other unalloyed steel compositions which form by solidification solid solution;
- The approximation of the fraction of the solid variation by a second-degree polynomial functions leads to precise mathematical models of casted pieces' solidification, but leads to difficult solutions and more complex software;
- The approximation of the fraction of the solid variation according to temperature by linear functions is based only on the knowledge of solidus and liquidus temperatures of the steel (does not require the knowledge of the equilibrium diagram and neither of the lines' equations from the equilibrium diagram).

References

1. Munteanu, S.I., Ciobanu, I., Crișan, A. (2008) *Mathematical model for solid fraction variation with temperature in steel and cast iron solidification*. Metalurgia Internațional, ISSN 1582-2214, vol. 13, no. 6, p. 37-44
2. Ciobanu, I., Munteanu, S.I., Crișan, A. (2007) *Calculul fracției solidificate la simularea solidificării aliajelor fier carbon (Computation of the Solidified Fraction in Solidification Simulation of Iron – Carbon Alloys)*. Metalurgia, ISSN 0461-9579, vol. 59, no. 8, 2007, p. 39-47 (in Romanian)
3. Ciobanu, I., Crișan, A., Munteanu, S.I. (2008) *Evoluția fracției de solid la solidificarea pieselor turnate din oțel / The Solid Fraction Evolution at Steel Castings Solidification*. RECENT, ISSN 1582-0246, vol. 9(2008), no. 2(23), July 2008, p. 13-21
4. Crișan, A. (1996) *Elaborarea și turnarea fontelor (Melting and Casting of Iron)*. Editura Universității Transilvania din Brașov, Brașov, Romania (in Romanian)
5. Ionescu, Daniela, Ciobanu, I., Munteanu, S.I., Crisan, A., Monescu, V. (2011) *2D Mathematical Model for the Solidification of Alloys within a Temperature Interval*. Metalurgia Internațional, ISSN 1582-2214, vol. 16, no. 4, p. 39-44
6. Stoicănescu, Maria, Ionescu, Daniela, Ciobanu, I., Crisan, A. (2012) *Determinarea dependenței fracției de solid de temperatură la solidificarea unui oțel cu 0,53 %C (Determination of Solid Fraction Dependence on the Solidify Temperature of a 0.533% C Steel)*. Cercetări Metalurgice și Noi Materiale, ISSN 1221-5503, vol. XX, no. 4, p. 1-12 (in Romanian)